Pôles de compétitivité, incertitude et adoption de technologies génériques

Jean-Jacques Iritié*

9 février 2012

(Version préliminaire)

*Doctorant en sciences économiques à l'Université de Grenoble et au Laboratoire GAEL-INRA. Email:jean-jacques.iritie@grenoble.inra.fr. Je remercie Éric Avenel pour ses commentaires très utiles.

Table des matières

Résumé

Les pôles de compétitivité ou clusters d'innovation sont au coeur de la nouvelle politique industrielle française. Ils ont pour objet de favoriser un environnement propice à l'innovation à fort potentiel technologique, source de compétitivité et de croissance. L'objectif de ce papier est d'analyser l'effet de ce dispositif industriel sur l'adoption de technologie générique dans une situation d'information imparfaite. Pour ce faire, nous développons un modèle de relation verticale, décrite sous forme d'un jeu en quatre étapes, entre un secteur amont fournisseur d'une technologie générique innovante et un secteur utilisateur aval. Le secteur aval ignore la qualité et la profitabilité de cette innovation technologique. On modélise la mise en place du pôle de compétitivité comme un accroissement, pour la firme aval, de la probabilité de recevoir un signal relatif à la qualité de l'innovation, et on montre que : (1) le dispositif des pôles de compétitivité influence le choix de la qualité du bien générique en amont, (2) améliore le niveau d'investissement en R&D de la firme aval ainsi que son niveau d'utilisation du bien générique de qualité haute, (3) enfin, permet l'alignement des incitation à innover des secteurs amont et aval et améliore le bien-être social lorsque les technologies amont et aval sont de haute qualité. Tous ces résultats théoriques sont en faveur de l'amélioration de la compétitivité des entreprises membres du pôle du compétitivité et de la croissance économique locale.

Mots clés : Pôle de compétitivité, information imparfaite, signal parfait, adoption, technologie générique.
JEL Classification : L00, O30, R10

1 Introduction

Le dispositif des pôles de compétitivité, clusters français à vocation R&D, est la stratégie principale sur laquelle est basée la nouvelle politique industrielle française. Cette politique industrielle, lancée en 2004, s'inspire principalement du modèle historique de la Silicon Valley au États-Unis et des *sucess stories* des districts industriels de la troisième Italie (Plunket and Torre, 2009). Initialement pensés pour les industries de hautes technologies, les pôles de compétitivité, au nombre de 71, concernent aujourd'hui plusieurs secteurs d'activité : le secteur des technologies émergentes (nanotechnologies, biotechnologies, etc.), des technologies matures (automobile, aéronautique, ferroviaires, informatique, etc.) et les secteurs plus traditionnels (agriculture, agro-alimentaire, textile, etc.). Dans cette étude, nous nous proposons d'analyser théoriquement, l'effet de ce dispositif de pôle de compétitivité sur le comportement d'adoption des technologies à forte opportunité technologique [1] de firmes membres du pôle et sur leurs niveaux d'investissements en R&D. Un exemple type de technologies à forte opportunité technologique est la nanotechnologie. Dans la configuration territoriale

1. Les opportunités technologiques d'un secteur représentent le potentiel de progrès technique que recèle l'activité correspondante. La notion d'opportunité technologique renvoie, par exemple, au fait que 1 euro investi en recherche ne conduit pas nécessairement au même gain de productivité selon le potentiel technologique de l'activité où il est investi (Astebro and Dahlin, 2005; Crampes and Encaoua, 2005)

des pôles, les nanotechnologies sont développées par le pôle Minalogic - un pôle mondial selon la classification des pôles de compétitivité - dans la région Rhône-Alpes. La grande spécificité des nanotechnologies, c'est qu'elles sont qualifiées ou sont en voie de devenir des technologies génériques (en anglais, General purpose technologies) [2]. Avant de caractériser les technologies génériques, notons que adopter une innovation technologique, quelqu'en soit la nature, n'est pas sans risque pour celui qui adopte. En effet, l'adoptant - firme ou consommateur final - ne connait toujours pas la vraie qualité ou la profitabilité (ou l'utilité) du produit innovant. Il en est de même pour l'innovateur lui-même, qui n'est pas toujours certain d'aboutir aux résultats attendus, l'activité d'innovation étant intrinsèquement incertaine (Arrow, 1962). Ainsi, le modèle que nous développons s'inspire, d'une part du travail pionnier de Bresnahan and Trajtenberg (1995) initiateur de la littérature sur les technologies génériques, et d'autre part des travaux théoriques relatifs à l'adoption de nouvelles technologiques en avenir incertain.

Le concept de technologie générique a été introduit et consacré par l'article de Bresnahan and Trajtenberg (1995). De manière générale, il désigne l'ensemble des technologies caractérisées par leur potentielle utilisation comme facteur de production dans un grand nombre de secteurs d'activité, leur dynamisme technologique et leur complémentarité technologique avec des technologies existantes ou potentielles. A la suite de Bresnahan and Trajtenberg (1995), les travaux comme ceux de Lipsey et al. (1998a), Lipsey et al. (1998b), Jovanic and Rousseau (2005) ont mené des discussions plus élaborées sur les caractéristiques des technologies génériques [3]. Dans leurs travaux, Bresnahan and Trajtenberg (1995) modélisent la relation verticale entre des secteurs engagés en R&D, le secteur amont, producteur d'un bien générique (semi-conducteur) et des secteurs aval utilisateurs (informatique, appareils auditifs, TV, scanners, etc.). Cette relation fournisseur/clients est coordonnée par le mécanisme de marché, sans contrats technologiques entre les firmes. Elle est décrite sous la forme d'un jeu simultané dans lequel chaque secteur choisit son niveau d'investissement en R&D, permettant d'évaluer ainsi leurs incitations à innover. Les auteurs montrent que les incitations à innover dans les deux secteurs restent socialement faibles du fait de la présence de complémentarités technologiques, et des externalités verticales et horizontales. Ces externalités posent des problèmes de coordination des acteurs de l'innovation. Ainsi, pour Bresnahan and Trajtenberg (1995), du fait du rôle important des technologies génériques dans le progrès technique, ces externalités verticales et horizontales donnent de fortes motivations pour créer et accroître le degré de coopération et de contrats ex-

2. Une étude intéressante sur la nature des nanotechnologies, technologies génériques émergentes ou technologies génériques matures, est donnée par Youtie et al. (2008) ; pour d'autres lectures et discussions, voir Menz and Ott (2011), Roco et al. (2010), Graham and Iacopetta (2009), Thoma (2009), Bozeman et al. (2008), Palmberg and Nikulainen (2006), Lipsey et al. (1998a), Lipsey et al. (1998b)

3. L'article de Lipsey et al. (1998b) explique que les technologies génériques impliquent à la fois d'énormes complémentarités technologiques et hicksiennes ; les articles de Lipsey et al. (1998a) et Jovanic and Rousseau (2005) mettent l'accent sur les changements importants qu'entraine la découverte d'une technologie générique (changements structurels, changements de politiques publiques, etc.) ; ils tentent en outre d'expliquer la baisse de productivité transitoire au niveau macroéconomique généralement observée après l'introduction d'une technologie générique, phénomène qualifié de Paradoxe de productivité de Solow (Jacobs and Nahuis, 2002).

plicites, d'une part entre secteur générique et secteurs associés, et d'autre part entre secteurs associés.

Ce résultat a constitué le point de départ de nos réflexions théoriques, puisque les pôles de compétitivité, dans leur définition, semblent constituer une réponse aux problèmes de coordination des acteurs et des activités de R&D mis en évidence par Bresnahan and Trajtenberg (1995). Nous développons donc un modèle théorique inspiré de celui de Bresnahan et Trajtenberg, à la différence que nous incluons un nouvel environnement industriel, le pôle de compétitivité. En effet, pour analyser l'impact des pôles de compétitivité sur le comportement d'adoption et sur l'incitation à innover des firmes clients, nous supposons que la relation verticale fournisseur/clients passe d'un environnement sans pôle de compétitivité, c'est-à-dire le marché, à un environnement avec pôle de compétitivité. En outre, pour rendre le modèle plus réaliste, nous considérons que les décisions d'investissements en R&D des firmes ne sont pas simultanées mais séquentielles, d'abord la firme fournisseur et ensuite les firmes utilisatrices.

La littérature sur l'adoption des nouvelles technologies est très abondante. Une récente et excellente synthèse est faite par Hoppe (2002) [4]. L'auteur met l'accent sur deux éléments importants permettant de catégoriser l'ensemble des modèles théoriques : l'incertitude et l'interaction stratégique sur le marché du produit final. Concernant le premier, plusieurs travaux (Jensen, 1982; McCardle, 1985; Reinganum, 1989) montrent en effet, que l'incertitude sur la profitabilité de la nouvelle technologie réduit ou accroît l'incitation à l'adoption selon que les croyances sont pessimistes ou optimistes; d'où l'importance de la collecte des informations. La collecte d'information peut se faire, entre autres, par l'observation de l'expérience de premiers adoptants. Mais Mariotti (1992) et Kapur (1995) montrent que cette perspective d'apprentissage social retarde l'adoption, sauf en présence de coordination explicite des adoptants. Le deuxième élément, c'est-à-dire la prise en compte de l'interaction stratégique, introduit le fait que l'incitation à l'adoption pour une firme dépend de la décision d'adoption des firmes rivales. La rivalité peut donc accélérer l'adoption ou la retarder selon l'avantage dont dispose la firme (Reinganum, 1981; Karshenas and Stoneman, 1993; Hoppe, 2002).

Notre modèle s'inspire de cette littérature théorique, et spécialement de la contribution importante de Jensen (1982) et de ses variantes dans McCardle (1985), Jensen (1988). Nous supposons qu'il y a une incertitude sur la profitabilité de la technologie et qu'il n'y a pas de rivalité entre les firmes. Les firmes clientes ne disposent pas d'information parfaite sur la qualité de l'innovation et doivent l'acquérir pour réduire l'incertitude. Mais contrairement à Jensen (1988), on ne modélise pas explicitement le coût d'acquisition de l'information, tout comme on ne l'ignore totalement comme le fait Jensen (1982). On suppose en revanche que le coût d'acquisition, exogène à la firme et au modèle, dépend de l'environnement industriel dans lequel se trouve la relation verticale : marché ou pôle de compétitivité. La prise en compte du pôle de compétitivité est un élément nouveau, en ce sens qu'il représente une organisation industrielle alternative au marché. Pour capturer la différence entre ces deux types d'arrangement, on va supposer implicitement que le

4. Les premiers travaux de synthèse sur l'adoption et la diffusion des technologies sont Tirole (1988) et Reinganum (1989).

coût d'acquisition de l'information est inversement proportionnel à la probabilité, pour une firme cliente, de recevoir, cette information sous forme de signal, quelque soit le type d'arrangement. En clair, la probabilité de recevoir le signal est différente selon que la coordination fournisseur/clients se fait par le marché ou par le pôle de compétitivité. Nous reviendrons sur cette hypothèse importante, lorsque nous analyserons les effets des pôles de compétitivité dans la section 5.

Tout comme Bresnahan and Trajtenberg (1995), nous isolons un seul secteur associé dans lequel toutes les firmes sont représentées par une seule. Mais, la relation verticale est décrite sous forme de jeu séquentiel à quatre étapes dans lequel la firme cliente est confrontée à une seule décision : adopter ou ne pas adopter l'innovation générique. Le jeu n'est pas répété ; il n'y a donc pas de possibilité d'apprentissage social. Après la résolution du jeu par induction vers l'amont, nous déterminons les différents équilibres et analysons l'effet des pôles de compétitivité sur ces équilibres. Nos principaux résultats montrent que le dispositif des pôles de compétitivité influence le choix de la qualité de l'innovation générique en amont, améliore l'incitation à innover de la firme aval ainsi que son niveau d'utilisation du bien générique de qualité haute, et permet ainsi l'alignement des incitations R&D des firmes amont et aval et améliore le bien-être social lorsque les technologies génériques et associées sont toutes deux de haute qualité. De ces résultats théoriques, on peut anticiper le rôle important que peuvent jouer les pôles de compétitivité dans l'amélioration de la compétitivité des entreprises et dans la croissance économique locale.

Dans la section 2 suivante, nous présentons le modèle. Les sections 3 et 4 sont consacrées à la résolution du jeu et à la détermination des équilibres des firmes. Nous analysons ensuite l'effet des pôles de compétitivité à la section 5 avant de finir par une application à la section 6 et la conclusion à la section 7.

2 Le modèle

Soit la relation verticale entre un secteur amont produisant un bien composé d'une technologie générique et des secteurs aval, développant chacun une technologie associée (il y a complémentarité technologique).

Supposons que le secteur amont est monopolisé par une firme, appelée firme générique (g). Cette firme, pour développer sa technologie générique de qualité ou de niveau technologique z, $z > 0$, investit un coût fixe $c^g(z)$ en R&D, avec $c^g_z(z) > 0$ et $c^g_{zz}(z) > 0$. On suppose que sur le marché amont du bien générique, la firme générique peut choisir de produire la qualité basse ($\underline{z}$) ou la qualité haute ($\overline{z}$). Son coût marginal de production est constant et donné par c quelque soit la qualité z du bien générique. Elle vend son bien aux secteurs aval utilisateurs à un prix de gros w et réalise un profit net $\pi^g(w,z) = r^g(w,z) - c^g(z)$, $r^g(w,z)$ étant son revenu brut.

Supposons un secteur aval associé donné, et une firme aval (a) représentative de l'ensemble des firmes de ce secteur. La firme aval mène son propre programme de R&D lui permettant de développer une technologie de qualité k , $k \geqslant 0$ incorporé dans un produit (semi-fini). L'adoption de la technologie générique, associée à la technologie aval permet à la firme aval de produire et commercialiser sur le marché aval un bien final. L'exemple des nanotechnologies permet d'illustrer la complémentarité technologique dans cette relation verticale[5]. Notons que la firme aval ne connaît pas forcément la qualité réelle de la technologie générique car elle est en situation d'information imparfaite (incertitude) ; elle sait seulement que z peut prendre deux valeurs, $\underline{z}$ ou $\overline{z}$. Elle a cependant une croyance à priori θ, $0 \leqslant \theta \leqslant 1$, que l'innovation générique en amont est de qualité haute $\overline{z}$; θ est globalement distribué selon une fonction de densité de probabilité $f(\theta)$.

Avant de prendre sa décision d'adoption, la firme aval reçoit ou non, sous forme de signal, de l'information relative à la qualité de la technologie générique. Le signal arrive de manière aléatoire avec une probabilité h, $0 \leqslant h \leqslant 1$. Lorsqu'il arrive, le signal est parfait et révèle la vraie qualité de la technologie générique ; autrement dit, en présence de signal, la firme aval est, ex-post, en information parfaite. Dans notre modèle, on suppose que la probabilité d'occurrence h du signal dépend de l'environnement industriel dans lequel se trouve la relation verticale firme (g) - firme (a). En fait, par cette hypothèse, nous modéliserons la différence entre deux modes de coordination des acteurs de l'innovation : d'une part la coordination par le mécanisme du marché et d'autre part, la coordination par des structures localisées collaboratives en matière de R&D telles que les pôles de compétitivité.

Supposons que sur le marché du produit de la firme associée, l'ensemble des agents économiques (vendeur et acheteurs) négocient un arrangement efficace[6] de sorte à maximiser le surplus brut du secteur :

$$CS(p^a, k, z) + (p^a - \gamma - w)X^a \tag{1}$$

avec $CS(p^a, k, z)$ le surplus net du consommateur, $\gamma \geqslant 0$ le coût de production unitaire, $p^a > 0$ le prix de vente unitaire de produit aval ; $p^a \geqslant \gamma + w$ (*Nota Bene* : pour simplifier les notations, on supposera dans le reste du document que $\gamma = 0$, sans perte de généralité). La demande du générique est donnée par $X^a = -CS_{p^a}$ avec $CS_{p^a} < 0$. On suppose qu'une unité du bien générique permet de produire une unité du bien aval. La définition de z et k implique que $CS_z > 0$ et $CS_k > 0$. On suppose par ailleurs que $CS_{zz} \geqslant 0$, $CS_{kk} \geqslant 0$, $CS_{p^a p^a} > 0$, $CS_{p^a z} < 0$, $CS_{p^a k} < 0$, $CS_{kz} > 0$ et enfin $CS_{kk} - c^a_{kk} < 0$. L'hypothèse $CS_{p^a p^a} > 0$ implique que

5. En effet, de nombreux programmes de recherches sont actuellement entrepris dans le domaine de la construction de microprocesseurs composés de circuits intégrés à l'échelle moléculaire ou nanométrique ; ce, en exploitant les propriétés d'atomes individuels de silicium. S'ils sont réellement produits et commercialisés, l'utilisation de ces processeurs de nouvelle génération par les constructeurs d'ordinateurs, pourrait leur permettre de fabriquer des ordinateurs d'une consommation énergétique ultra-faible. Dans cet exemple, le produit générique serait le microprocesseur intégrant une nanotechnologie dont la qualité z serait mesurée par sa capacité à baisser la consommation énergétique ; le bien semi-fini en aval serait tout l'environnement technologique de l'ordinateur (unité centrale et tout ce qu'il contient) sans le microprocesseur ; le niveau technologique de cet environnement est donné par k. La performance du bien final, c'est-à-dire l'ordinateur complet, dépendra donc des niveaux technologiques k et z associés (**peut-être faudra t-il choisir un exemple développé dans Minalogic ! !**).

6. On traite chaque secteur aval associé comme une structure verticalement intégrée avec un contrat parfait entre vendeur et acheteurs. On ignore ainsi la structure du marché du bien aval.

la demande X^a est décroissant en p^a. Par ailleurs, on note $c^a(k)$ le niveau d'investissement en R&D, avec $c^a_k > 0$, $c^a_{kk} > 0$.

On décrit la relation verticale entre le secteur amont et le secteur aval sous forme d'un jeu séquentiel à quatre étapes :

- **Étape 1** (R&D et innovation en amont) : le secteur amont développe un produit composé d'une technologie générique de qualité $z > 0$ et choisit son prix de gros $w > 0$. On suppose que z ne peut prendre que deux valeurs, qualité basse $\underline{z}$ ou qualité haute $\overline{z}$.

- **Étape 2** (Signal sur la qualité) : le secteur associé reçoit ou non des informations relatives à la qualité z sous forme de signal. Ce signal est parfait et arrive avec un probabilité h selon l'environnement industriel ; en présence de signal, la firme aval est en information parfaite tandis qu'en absence de signal, elle est en information imparfaite.

- **Étape 3** (Décision d'adoption et R&D en aval) : le secteur aval observe le prix de gros amont et décide ou non d'adopter la technologie générique. S'il adopte, il choisit le niveau $k \geqslant 0$ de sa propre technologie associée et investit $c(k)$ en recherche et développement[7]. Il fixe ensuite son prix $p^a \geqslant 0$.

- **Étape 4** (Révélation de z et demande du bien générique en aval) : la qualité z est révélée à l'ensemble des agents du secteur aval (vendeur et consommateurs finaux) ; les consommateurs expriment leurs demandes X^a du bien aval ; la firme aval achète la quantité nécessaire de l'input générique et offre la quantité du bien aval demandée.

Remarque 1. On vérifiera que même si le prix p^a est fixé à l'étape 4, il serait le même qu'à l'étape 3. Par ailleurs, on note que l'étape 4 suppose que la technologie générique a été adoptée à l'étape 3.

La résolution du jeu se fait par induction vers l'amont en déterminant d'abord le prix et la qualité d'équilibre du secteur aval à l'étape 3 pour toute valeur de w choisie par la firme amont à l'étape 1 (on en déduira la demande et le profit réalisé à l'étape 4). Ensuite, on détermine l'équilibre du secteur amont (demande espérée, profit, quantité, prix) à l'étape 1.

3 Équilibre de la firme aval

3.1 Information parfaite

En présence du signal, la firme aval se trouve en information parfaite et observe la qualité du générique. Si elle adopte la technologie, elle choisit son niveau technologique $k(w, z)$ et fixe son prix optimal $p^{a*}(w, k, z)$ qui maximise son profit $\pi^a(w, k, z)$. Le choix de prix se fait par la résolution du problème de maximisation du secteur aval :

$$r^a(w, k, z) = \max_{p^a} \{CS(p^a, k, z) + (p^a - w)X^a\} \tag{2}$$

7. Il y un décalage entre entre l'étape 3 et l'étape 4 car la R&D nécessite un certain temps.

avec un z quelconque. La condition de premier ordre du problème de maximisation (2) permet d'écrire $(p^a - w)(-\frac{\partial^2 CS}{\partial {p^a}^2}) = 0$. On vérifie que le prix choisi par la firme est donné par :

$$p^{a*} = w \tag{3}$$

Le surplus brut du secteur aval devient alors $r^a(w, k, z) = CS(w, k, z)$ et son profit net $\pi^a(w, k, z) = CS(w, k, z) - c^a(k)$. On déduit des hypothèses sur le surplus de consommateur (CS), les propriétés suivantes : $r^a_z > 0$, $r^a_k > 0$, $r^a_w < 0$. La présence de complémentarité technologique intersectorielle se traduit par $r^a_{kz} \geqslant 0$.

La qualité optimale k est donnée par :

$$k(w, z) = \underset{k}{argmax} \left\{ \pi^a(w, k, z) \right\} \tag{4}$$

respectant les conditions de premier ordre $CS_k - c^a_k = 0$ et de second ordre $CS_{kk} - c^a_{kk} < 0$.

Notons $\pi^{max}(w, z) \equiv max_k \left\{ \pi^a(w, k, z) \right\}$; la technologie générique de qualité z est profitable (et adoptée) si et seulement si $\pi^{max}(w, z) > 0$[8]. Notons $\underline{k}(w) \equiv k(w, \underline{z})$ et $\underline{\pi}^{max}(w) \equiv \pi^{max}(w, \underline{z})$ respectivement le niveau optimal de k et le profit maximum associé lorsque le signal révèle $\underline{z}$; soient $\overline{k}(w) \equiv k(w, \overline{z})$ et $\overline{\pi}^{max}(w) \equiv \pi^{max}(w, \overline{z})$ le niveau optimal de k et le profit maximum associé lorsque le signal révèle $\overline{z}$.

Remarque 2. $\underline{\pi}^{max}(w)$ et $\overline{\pi}^{max}(w)$ sont décroissants avec w.

Hypothèse 1. $\underline{\pi}^{max}(0) > 0$, $\underline{\pi}^{max}(+\infty) < 0$ *et* $\overline{\pi}^{max}(0) > 0$, $\overline{\pi}^{max}(+\infty) < 0$.

Lemme 1. *Il existe deux prix de réserve,* $\underline{w}$ *et* $\overline{w}$*, avec* $\underline{w} > 0$ *et* $\overline{w} < +\infty$*, tels que :*

- La firme aval adopte la technologie générique de qualité haute $\underline{z}$ *si et seulement si* $w < \underline{w}$*,*

- La firme aval et adopte la technologie générique de qualité basse $\overline{z}$ *si et seulement si* $w < \overline{w}$*.*

Nous verrons que $\underline{w} < \overline{w}$; en d'autres termes, en information parfaite, la disposition à payer la qualité haute ($\overline{z}$) est plus élevée que la disposition à payer pour la qualité basse ($\underline{z}$).

Remarque 3. En supposant que $\underline{\pi}^{max}(0) > 0$ et $\overline{\pi}^{max}(0) > 0$, on suppose que la technologie générique est toujours profitable quelque soit la qualité[9]. Il

8. Si $\pi^{max}(w, z) < 0$, le secteur aval n'adopte pas le produit générique et choisit une action d'opportunité. On normalisera le coût d'opportunité à zéro si la technologie z est un input essentiel ; par contre si z n'est pas un input essentiel, alors le secteur aval utilise une technologie alternative.

9. Il est tout à fait possible de supposer que $\underline{\pi}^{max}(0) \leqslant 0 < \overline{\pi}^{max}(0)$, ce qui traduit que l'adoption de la technologie générique est profitable à la firme aval si la qualité est haute ($\overline{z}$) et non profitable si la qualité est basse ($\underline{z}$). Jensen (1982) a adopté cette posture dans son modèle pionnier d'adoption et de diffusion, modèle repris et généralisé par McCardle (1985)

y a toujours un prix suffisamment bas pour que la firme aval soit prête à adopter la qualité basse. Pour ce prix (bas), elle est prête à adopter même si elle ne connait pas la qualité.

Remarque 4. On vérifie ici la première partie de l'hypothèse de complémentarité technologique mise en évidence par Bresnahan and Trajtenberg (1995). En effet, on montre que $k_z(w,z) > 0$ pour tout w donné ; autrement dit, en information parfaite, l'incitation à la R&D dans le secteur aval augmente avec le niveau de qualité de la technologie générique du secteur amont.[10]

Démonstration. La condition de premier ordre $CS_k - c^a_k = 0$ implique que $CS_{kz} + k_z CS_{kk} - k_z c^a_{kk} = 0$; ce qui implique à son tour que $k_z = \frac{CS_{kz}}{c^a_{kk} - CS_{kk}}$. Or par hypothèse $CS_{kz} > 0$ et $c^a_{kk} - CS_{kk} > 0$, d'où $k_z(w,z) > 0$. □

On en déduit la quantité demandée X^a par la firme aval. Elle est fonction à la fois de la qualité z révélée, du prix de gros de la technologie générique, w. Notons $\underline{X}^a(w) \equiv X^a(w,\underline{z},\underline{k})$ lorsque le produit générique est de qualité basse et $\overline{X}^a(w) \equiv X^a(w,\overline{z},\overline{k})$ lorsque le produit générique est de qualité haute ; on distingue trois cas suivants :

1. si $w < \underline{w}$ alors $\overline{X}^a(w) = -CS_{p^a}(w + \overline{k}, \overline{z})$ et le profit est donné par $\overline{\pi}^a(w) = CS(w,\overline{z},\overline{k}) - c(\overline{k})$ tandis que $\underline{X}^a(w) = -CS_{p^a}(w,\underline{z},\underline{k})$ avec un profit donné par $\underline{\pi}^a(w) = CS(w,\underline{k},\underline{z}) - c(\underline{k})$;
2. si $\underline{w} < w < \overline{w}$ alors $\overline{X}^a(wa) = -CS_{p^a}(w,\overline{k},\overline{z})$ et le profit est donné par $\overline{\pi}^a(w) = CS(w,\overline{z},\overline{k}) - c(\overline{k})$ tandis que $\underline{X}^a(w) = 0$ et $\underline{\pi}^a(w) = 0$;
3. si $w > \overline{w}$. La firme n'adopte pas quelque soit la qualité du générique, $\underline{X}^a(w) = \overline{X}^a(w) = 0$ et les profits sont nuls.

3.2 Information imparfaite

En absence de signal, la firme associée est en information imparfaite ; elle n'observe pas la qualité z du générique. Elle base sa décision d'adoption sur sa croyance *à priori* θ que la technologie est de haute qualité. Si elle adopte, elle choisit son niveau technologique $k^*(w,\theta)$ et son prix optimal $p^a(w,\theta)$ de sorte à maximiser son profit espérée $\Pi^a(p^a,k,\theta)$.

Le choix de $p^a(w,\theta)$ se fait par la résolution du problème de maximisation du profit brut espéré de la firme aval :

$$\max_{p^a} R^a(p^a,k,\theta) \tag{5}$$

avec $R^a(p^a,k,\theta) = \theta\big[CS(p^a,k,\overline{z}) + (p^a - w)X^a\big] + (1-\theta)\big[CS(p^a,k,\underline{z}) + (p^a - w)X^a\big]$. La résolution de (5) donne un prix optimal $p^a = w$. En utilisant

10. Dans notre modèle et à ce stade, nous supposons que le choix de z et de w est exogène. Dans leur article, Bresnahan and Trajtenberg (1995) modélisent aussi le choix du secteur générique et montrent que le niveau technologique du générique augmente avec k par l'intermédiaire de la demande X^a, soit $z^*_k(c,k) > 0$. Les niveaux technologiques $\{k,z\}$ sont ainsi caractérisés comme des compléments stratégiques.

l'expression de p^a, l'espérance de profit devient $\Pi^a(w,k,\theta) = \theta CS(w,k,\overline{z}) + (1-\theta)CS(w,k,\underline{z}) - c^a(k)$. Le k optimal est donné par :

$$k^*(w,\theta) = \underset{k}{argmax}\,\{\Pi^a(w,k,\theta)\} \tag{6}$$

Notons $\Pi^{max}(w,\theta) = max_k \Pi^a(w,k,\theta)$. La technologie générique est profitable si et seulement si $\Pi^{max}(w,\theta) > 0$.

Définition 1. Notons $\tilde{w}(\theta)$, le prix de réserve de la firme aval en absence de signal ; la firme adopte si et seulement si $w < \tilde{w}(\theta)$.

Lemme 2. *$\tilde{w}(\theta)$ est croissant avec θ.*

Démonstration. Pour tout w donné, $\Pi_i^{max}(w,\theta) = \theta CS(w,k^*,\overline{z}) + (1-\theta)CS(w,k^*,\underline{z}) - c^a(k^*)$. Supposons que pour une firme i quelconque de croyance à priori θ, le prix du générique est tel que $w = \tilde{w}(\theta)$, alors $\Pi_i^{max}(\tilde{w}(\theta),\theta) = 0$. De plus, par hypothèse, le profit des firmes associées est décroissant avec w. Soit une firme j de croyance θ' tel que $\theta' < \theta$; évaluons le profit Π_j^{max} de la firme j en $\tilde{w}(\theta)$: $\theta' CS(\tilde{w}(\theta),k^*,\overline{z}) + (1-\theta')CS(\tilde{w}(\theta),k^*,\underline{z}) - c^a(k^*) = (\theta'-\theta)CS(\tilde{w}(\theta),k^*,\overline{z}) + (\theta-\theta')CS(\tilde{w}(\theta),k^*,\underline{z}) - c^a(k^*) + \theta CS(\tilde{w}(\theta),k^*,\overline{z}) + (1-\theta)CS(\tilde{w}(\theta),k^*,\underline{z}) = (\theta'-\theta)\left[CS(\tilde{w}(\theta),k^*,\overline{z}) - CS(\tilde{w}(\theta),k^*,\underline{z})\right] < 0$. Le profit de la firme j évalué en $\tilde{w}(\theta)$ est négatif ; sachant par hypothèse que le profit de j est décroissant en w et s'annule en $\tilde{w}(\theta')$, il faut donc réduire $\tilde{w}(\theta)$ pour atteindre $\tilde{w}(\theta')$; ce qui implique que $\tilde{w}(\theta') < \tilde{w}(\theta)$. On montre ainsi que $\tilde{w}(\theta)$ croît avec θ ; en particulier, $\tilde{w}(0) = \underline{w} < \tilde{w}(1) = \overline{w}$. □

Remarque 5. En information imparfaite, le prix de réserve dépend de la croyance à priori de la firme aval. Une firme très pessimiste ($\theta \simeq 0$) sur la qualité du produit aura un critère d'adoption plus strict car son prix de réserve sera plus faible ; au contraire une firme très optimiste ($\theta \simeq 1$) aura un prix de réserve plus élevé. L'incertitude peut réduire ou accroître l'incitation à l'adoption selon les croyances pessimiste ou optimiste. L'absence de signal peut aussi engendrer des comportements sous-optimaux pour la firme aval ; en effet, une firme pessimiste pourrait refuser une technologie générique de haute qualité $\overline{z}$ parce que le prix w est tel que $\tilde{w}(\theta) < w < \overline{w}$, alors qu'en réalité , elle gagnerait ex-post à l'adopter parce qu'elle est de haute qualité $\overline{z}$. De même une firme optimiste pourrait adopter une technologie générique de faible qualité $\underline{z}$ parce que le prix w est tel que $\underline{w} < w < \tilde{w}(\theta)$ alors qu'elle gagnerait ex-post à ne pas l'adopter parce qu'elle est de qualité basse.

Le comportement d'achat de la firme aval en absence de signal dépend donc de son prix de réserve qui est lui-même dépendant de sa croyance à *priori* θ.

1. si $w < \tilde{w}(\theta)$, la firme adopte la technologie générique. La demande anticipée [11] sur laquelle elle se base pour prendre sa décision à l'étape 3 est donnée par $\theta(-CS_{p^a}(w,k^*,\overline{z})) + (1-\theta)(-CS_{p^a}(w,k^*,\underline{z}))$ et son profit espéré est donné par $\Pi^a(w,\theta) = \theta CS(w,k^*,\underline{z}) + (1-\theta)CS(w,k^*,\underline{z}) - c^a(k^*)$;

11. En effet, en information imparfaite, le surplus espéré est donné par $CS = \theta CS(w,k^*,\overline{z}) + (1-\theta)CS(w,k^*,\underline{z})$ d'où $X^a(w,\theta) = -\left[\theta CS_{p^a}(w,k^*,\overline{z}) + (1-\theta)CS_{p^a}(w,k^*,\underline{z})\right]$.

2. si $w > \tilde{w}(\theta)$. La firme aval n'adopte pas la technologie générique ; sa demande anticipée est nulle ainsi que son profit.

4 Équilibre de la firme amont

La demande espérée de la firme amont est fonction des informations dont elle dispose. Soit X^g cette demande ; notons $X^g \equiv \underline{X}^g$ lorsque la firme amont produit la qualité basse et $X^g \equiv \overline{X}^g$ sa demande espérée lorsque produit la qualité haute.

4.1 Information parfaite

En présence de signal, les firmes aval et amont disposent des mêmes informations. Alors la demande espérée par la firme amont est la même que la demande de la firme aval à l'étape 4. Alors, (1) si $w < \underline{w}$, $\overline{X}^g(w) = \overline{X}^a(w) = -CS_{p^a}(w, \overline{z}, \overline{k})$ et $\underline{X}^g(w) = \underline{X}^a(w) = -CS_{p^a}(w, \underline{z}, \underline{k})$; (2) si $\underline{w} < w < \overline{w}$, $\overline{X}^g(w) = \overline{X}^a(w) = -CS_{p^a}(w, \overline{z}, \overline{k})$ et $\underline{X}^g(w) = \underline{X}^a(w) = 0$; (3) enfin si $w > \overline{w}$, $\underline{X}^g(w,) = \underline{X}^a(w) = 0$. Les profits correspondants sont donnés par $(w - c)X^g - c^g(z)$.

4.2 Information imparfaite

En absence de signal, la demande espérée du secteur générique correspond à l'espérance de la demande exprimée à l'étape 4 par la firme aval. En effet, à cette étape, les consommateurs observent la qualité z de la technologie générique mais aussi la qualité $k^*(w, \theta)$ choisie par la firme aval de type θ en absence de signal. Ainsi, pour $\overline{z}$ observé, on a $\overline{X}^a(w, \theta) = -CS_{p_a}(w, k^*(w, \theta), \overline{z})$ et pour $\underline{z}$ observé, on a $\underline{X}^a(w, \theta) = -CS_{p_a}(w, k^*(w, \theta), \underline{z})$. Par conséquent,

1. si $w < \underline{w}$, on a :

$$\overline{X}^g(w) = \int_0^1 (-CS_{p^a}(w, k^*(w, \theta), \overline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{7}$$

$$\underline{X}^g(w) = \int_0^1 (-CS_{p^a}(w, k^*(w, \theta), \underline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{8}$$

2. si $\underline{w} < w < \overline{w}$, on a :

$$\overline{X}^g(w) = \int_{\tilde{w}^{-1}(w)}^1 (-CS_{p^a}(w, k^*(w, \theta), \overline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{9}$$

$$\underline{X}^g(w) = \int_{\tilde{w}^{-1}(w)}^1 (-CS_{p^a}(w, k^*(w, \theta), \underline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{10}$$

3. si $w > \overline{w}$, il n'y a pas d'adoption et la demande espérée du générique est aussi nulle.

4.3 Information imparfaite avec probabilité h de signal

Lorsque la firme générique prend en compte la probabilité h pour la firme aval de recevoir le signal sur la qualité de son produit, sa demande espérée est une fonction de h ; en effet, elle sait qu'avec une probabilité h sa demande espérée est la même qu'en information parfaite et avec une probabilité $(1-h)$, elle est la même qu'en information imparfaite. On a donc :

1. si $w < \underline{w}$, alors

$$\begin{aligned}\overline{X}^g(w,h) &= h(-CS_{p^a}(w,\overline{k},\overline{z})) \\ &\quad +(1-h)\int_0^1 (-CS_{p^a}(w,k^*(w,\theta),\overline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}\underline{X}^g(w,h) &= h(-CS_{p^a}(w,\underline{k},\underline{z})) \\ &\quad +(1-h)\int_0^1 (-CS_{p^a}(w,k^*(w,\theta),\underline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta \end{aligned} \tag{12}$$

2. si $\underline{w} < w < \overline{w}$

$$\begin{aligned}\overline{X}^g(w,h) &= h(-CS_{p^a}(w,\overline{k},\overline{z})) \\ &\quad +(1-h)\int_{\tilde{w}^{-1}(w)}^1 (-CS_{p^a}(w,k^*(w,\theta),\overline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta \end{aligned} \tag{13}$$

$$\underline{X}^g(w,h) = (1-h)\int_{\tilde{w}^{-1}(w)}^1 (-CS_{p^a}(w,k^*(w,\theta),\underline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{14}$$

3. si le prix du générique est tel que $w > \overline{w}$, alors la firme associée n'adopte pas et la demande espérée du générique est nulle.

5 Effets du pôle de compétitivité

Nous supposons que la probabilité de recevoir le signal est différente selon que la coordination de la relation fournisseur/client se fait par le mécanisme du marché ou par le pôle de compétitivité. Et nous modélisons la mise en place de pôles de compétitivité par un accroissement de la probabilité de signal h, comparé au marché, soit $\mathrm{d}h > 0$. Autrement dit, nous supposons qu'en présence de pôle de compétitivité, il est plus probable pour la firme aval de recevoir des informations relatives à la vraie qualité de la technologie générique qu'une firme sur le marché. En effet, les fondements théoriques de la politique des pôles de compétitivité, présentent ces structures collaboratives comme des formes de *gouvernance* intermédiaires entre le marché et l'intégration totale. Dans ce sens, le pôle de compétitivité présente un avantage relatif, non seulement en terme de coûts de transaction, mais aussi un avantage informationnel pour les firmes membres, avantages liés à la proximité géographique et cognitive des acteurs innovants (Krugman, 1991; Baptista, 1996). C'est d'ailleurs ce que dit Stein (2008) quand il montre que les informations précieuses ont une tendance endogène à rester au sein des petits groupes d'entités souvent localisées tels que les clusters. En effet, au sein des pôles, on imagine facilement que les firmes entretiennent beaucoup plus de relations contractuelles, de discussions et d'échanges d'informations que sur le marché classique. De ce fait, la probabilité de signal h sera plus grande.

Nous analysons l'effet des pôles de compétitivité sur le choix de la qualité en amont, sur le comportement d'adoption en aval et sur le bien-être social. Pour ce faire, nous commençons par analyser l'effet de l'accroissement de h sur l'écart de la demande espérée par la firme amont entre technologie de qualité haute et technologie de qualité basse lorsque la firme aval adopte. La demande espérée X^g est exprimée par l'une des équations (11), (12), (13) ou (14). On considère deux cas de figure :

(1). Supposons que la firme amont choisit un prix unique w^m quelque soit la qualité du générique, $w^m = w^m(h, \underline{z}) = w^m(h, \overline{z})$ pour tout h donné. L'écart de demande espérée[12] par la firme générique selon les valeurs de w^m sont :

(a) si $w^m < \underline{w}$, en utilisant les équations (11) et (12), on a

$$\overline{X}^g - \underline{X}^g = h\left(-CS_{p^a}(w^m, \overline{k}, \overline{z})) - (-CS_{p^a}(w^m, \underline{k}, \underline{z}))\right) \tag{15}$$

(b) si $\underline{w} < w^m < \overline{w}$, en utilisant les équations (13) et (14), on a

$$\overline{X}^g - \underline{X}^g = h(-CS_{p^a}(w^m, \overline{k}, \overline{z})) \tag{16}$$

Par hypothèse, $\left(-CS_{p^a}(w^m, \overline{k}, \overline{z})\right) > 0$, $(-CS_{p^a}(w^m, \underline{k}, \underline{z})) > 0$ et $\left(-CS_{p^a}(w^m, \overline{k}, \overline{z})) - (-CS_{p^a}(w^m, \underline{k}, \underline{z}))\right) > 0$. On en conclut que l'effet de h sur l'écart de la demande est positif, $\frac{\partial(\overline{X}^g - \underline{X}^g)}{\partial h} > 0$.

On calcule l'écart de profit, $\overline{\pi}^g - \underline{\pi}^g = (w^m - c)(\overline{X}^g - \underline{X}^g) - (c^g(\overline{z}) - c^g(\underline{z}))$. L'effet de h sur l'écart de profit est donné par : $\frac{\partial(\overline{\pi}^g - \underline{\pi}^g)}{\partial h} = \frac{\partial(\overline{X}^g - \underline{X}^g)}{\partial h}(w^m - c)$. Le résultat sur l'écart de demande induit $\frac{\partial(\overline{\pi}^g - \underline{\pi}^g)}{\partial h} > 0$.

Ces résultats montrent que, lorsque h augmente, quelque soit le prix de gros unique w^m, y compris celui qui maximise le profit de la qualité basse $\underline{z}$, le différentiel de l'espérance de demande de la firme amont augmente ainsi que le différentiel du profit. De ce fait, l'incitation de la firme générique à vendre la qualité haute plutôt que la qualité basse augmente avec la probabilité h de recevoir le signal. La firme amont peut donc avoir toujours une incitation à basculer sur la qualité haute $\overline{z}$; mais cela nécessite un accroissement des coûts de R&D, un ajustement du prix de gros et un niveau suffisant de h pour que différentiel de profit soit supérieur au différentiel de coût R&D.

(2). Supposons donc que la firme amont fixe des prix endogènes à la qualité de la technologie générique, on aura donc $w^m(h, z) = argmax_w \pi^g(w^m, k, z, h)$. Posons respectivement $w^m(h, \overline{z}) = w^{\overline{m}}(h)$ et

12. Pour simplifier les notations, on écrit $\overline{X}^g(w^m, h) \equiv \overline{X}^g$ et $\underline{X}^g(w^m, h) \equiv \underline{X}^g$

$w^m(h,\underline{z}) = w^{\underline{m}}(h)$ le prix optimal pour la qualité haute et la qualité basse à valeur donnée de h.

Hypothèse 2. *Supposons que pour tout h donné, $w^{\overline{m}}(h) > w^{\underline{m}}(h) > 0$.*

Calculons l'effet d'une variation de h sur le différentiel de profit entre la qualité haute et qualité basse. En utilisant le théorème de l'enveloppe, on montre que la différentielle totale de l'écart de profit est donnée par :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}h}(\overline{\pi}^g - \underline{\pi}^g) = (w^{\overline{m}} - w^{\underline{m}})\frac{\partial \overline{X}^g}{\partial h} + (w^{\underline{m}} - c)\,\frac{\partial}{\partial h}(\overline{X}^g - \underline{X}^g) \tag{17}$$

Démonstration.

$$\frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^g}{\mathrm{d}h} = \frac{\partial \overline{\pi}^g}{\partial h} + \frac{\partial \overline{\pi}^g}{\partial w^{\overline{m}}}\,\frac{\partial w^{\overline{m}}}{\partial h} \tag{18}$$

Or par définition, $\frac{\partial \overline{\pi}^g}{\partial w^{\overline{m}}} = 0$, l'équation (18) devient donc :

$$\frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^g}{\mathrm{d}h} = \frac{\partial \overline{\pi}^g}{\partial h} = (w^{\overline{m}} - c)\frac{\partial \overline{X}^g}{\partial h} \tag{19}$$

C'est le théorème de l'enveloppe. De même, pour le profit de la qualité basse, on obtient :

$$\frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^g}{\mathrm{d}h} = \frac{\partial \underline{\pi}^g}{\partial h} = (w^{\underline{m}} - c)\frac{\partial \underline{X}^g}{\partial h} \tag{20}$$

En utilisant les équations (19) et (20), on écrit le différentiel de profit :

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}h}(\overline{\pi}^g - \underline{\pi}^g) = (w^{\overline{m}} - w^{\underline{m}})\frac{\partial \overline{X}^g}{\partial h} + (w^{\underline{m}} - c)\,\frac{\partial}{\partial h}(\overline{X}^g - \underline{X}^g) \tag{21}$$

Le signe du différentiel de profit $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}h}(\overline{\pi}^g - \underline{\pi}^g)$ dépend du signe de $\frac{\partial \overline{X}^g}{\partial h}$ et du signe de $\frac{\partial(\overline{X}^g - \underline{X}^g)}{\partial h}$. □

Lemme 3. *$\frac{\partial \underline{X}^g}{\partial h} < 0$ et $\frac{\partial \overline{X}^g}{\partial h} > 0$.*

Démonstration. Il suffit de vérifier que dans l'équation (11) $(-CS_{p^a}(w,\overline{k},\overline{z})) > \int_0^1(-CS_{p^a}(w,k^*(w,\theta),\overline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta$; que dans dans l'équation (13) $(-CS_{p^a}(w,\overline{k},\overline{z})) > \int_{\tilde{w}^{-1}(w)}^1(-CS_{p^a}(w,k^*(w,\theta),\overline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta$; que dans l'équation (12) $(-CS_{p^a}(w,\underline{k},\underline{z})) < \int_0^1(-CS_{p^a}(w,k^*(w,\theta),\underline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta$; et enfin que dans l'équation (14) $0 < \int_{\tilde{w}^{-1}(w)}^1(-CS_{p^a}(w,k^*(w,\theta),\underline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta$. Avec l'hypothèse initiale $CS_{p^a k} < 0$ (donc $-CS_{p^a}$ croissant avec k) et sachant que $\underline{k} < k^*(w,\theta) < \overline{k}$, on vérifie aisément les égalités provenant des équations (11), (13) et (12) ; pour l'équation (14), on vérifie aussi que $\frac{\partial \underline{X}^g}{\partial h} < 0$ car $\int_{\tilde{w}^{-1}(w)}^1(-CS_{p^a}(w,k^*(w,\theta),\underline{z}))f(\theta)\mathrm{d}\theta > 0$. □

Remarque 6. Le lemme 3 implique que l'écart de demande $\frac{\partial(\overline{X}^g - \underline{X}^g)}{\partial h} > 0$ mais n'implique pas nécessairement que $\overline{X}^g - \underline{X}^g > 0$ lorsque la qualité haute et la qualité basse sont vendues respectivement aux prix $w^{\overline{m}}$ et $w^{\underline{m}}$.

Lemme 4. *$\frac{d(\overline{\pi}^g - \underline{\pi}^g)}{dh} > 0$. L'incitation de la firme générique à vendre la qualité haute plutôt que la qualité basse augmente avec la probabilité de recevoir le signal.*

Démonstration. Le lemme 4 est la conséquence du lemme 3. □

5.1 Choix de la qualité en amont

Il s'agit ici d'analyser l'effet de l'accroissement de h sur le comportement de la firme amont dans son choix de produire $\overline{z}$ ou $\underline{z}$. La statique comparative précédente de l'écart de profit par rapport à h montre que cet écart peut devenir suffisamment grand pour des valeurs fortes de h. La firme générique aurait intérêt, dans ce cas, à payer le coût supplémentaire $c^g(\overline{z}) - c^g(\underline{z})$ en R&D pour produire la qualité haute. A contrario, l'écart de profit peut fortement se réduire pour des valeurs faibles de h ; la firme aurait intérêt à favoriser la qualité basse. En particulier, lorsque h devient nul, la firme générique choisit toujours la qualité basse [13] du fait de la stricte croissance du coût de R&D, $c^g(\overline{z}) > c^g(\underline{z})$.

Hypothèse 3. *On suppose qu'en information parfaite, $h = 1$, la firme générique choisit toujours la qualité haute $\overline{z}$.*

L'hypothèse 3 garantit le fait qu'en information parfaite, le coût de R&D pour la qualité haute reste toujours raisonnable de sorte que le profit $\overline{\pi}^g > 0$.

Proposition 1. *Il existe une valeur limite h^*, tel que si $h < h^*$ la firme générique investit dans la qualité basse, si $h \geqslant h^*$ la firme générique investit dans la qualité haute.*

Démonstration. La proposition 1 est la conséquence du lemme 4 et de l'hypothèse 3. □

Corollaire 1. *Si l'accroissement de h permet de passer d'un $h < h^*$ à un $h \geqslant h^*$, le pôle fait basculer la firme générique de la qualité basse vers la qualité haute.*

5.2 Comportement d'adoption en aval

Du point de vue de la firme amont, le niveau d'investissement espéré en aval en qualité associée et le niveau d'utilisation espéré du produit générique en aval sont fonction de h, la probabilité d'observer le signal en aval. Considérons une firme de type θ donné et notons respectivement $\tilde{k}(h,\theta)$ et $\tilde{X}^a(h,\theta)$ le niveau d'investissement espéré en qualité aval et le niveau d'utilisation espéré du produit générique en aval (on note que $\tilde{k}(h,\theta) \equiv \tilde{k}(w,k,k^*,z,h,\theta)$ et $\tilde{X}^a(h,\theta) \equiv \tilde{X}^a(w,k,k^*,z,h,\theta)$, car les variables $w \equiv w^m(h,z)$, $z \equiv z(h)$, $k \equiv k(w,z)$ et $k^* \equiv k^*(w,\theta)$ sont endogènes). Analysons l'effet de l'accroissement de h, $\mathrm{d}h = h_2 - h_1 > 0$ sur $\tilde{k}(h,\theta)$ et $\tilde{X}^a(h,\theta)$.

13. En absence de signal, la firme générique n'a aucun intérêt à choisir la qualité haute car le secteur aval ne sait pas la qualité. Si la firme générique choisit la qualité haute, elle investit plus de coût fixe en R&D alors qu'elle reçoit la même demande et le même revenu que la qualité basse. Cependant, dans un modèle dynamique intégrant les aspects de réputation, on pourrait imaginer que la firme générique choisisse la qualité haute en absence de signal pour construire ou préserver sa réputation.

5.2.1 Niveau d'investissement en aval en qualité

La qualité espérée en aval est donnée par $\tilde{k}(h,\theta) = hk(w^m,z) + (1-h)k^*(w^m,\theta)$. La différentielle totale[14] par rapport à h donne :

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{k}}{\mathrm{d}h} = (k-k^*) + \left(\frac{\partial w^m}{\partial h} + \frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial w^m}{\partial z}\right)\left(h\Big(\frac{\partial k}{\partial w^m} - \frac{\partial k^*}{\partial w^m}\Big) + \frac{\partial k^*}{\partial w^m}\right) + h\left(\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial k}{\partial z}\right) \tag{22}$$

On distingue ici trois effets de h sur la qualité espérée en aval :

1. $(k-k^*)$ est l'effet direct
2. $\big(\frac{\partial w^m}{\partial h} + \frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial w^m}{\partial z}\big)\big(h\big(\frac{\partial k}{\partial w^m} - \frac{\partial k^*}{\partial w^m}\big) + \frac{\partial k^*}{\partial w^m}\big)$ est l'effet indirect passant par le prix.
3. $h\big(\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial k}{\partial z}\big)$ est l'effet indirect passant par la variation de la qualité en amont.

Pour cette analyse de l'effet de $\mathrm{d}h$, $\mathrm{d}h = h_2 - h_1 > 0$, on peut distinguer deux cas de figures : (A) soit l'accroissement de h n'entraine pas de variation de qualité en amont, c'est-à-dire $h_1 < h_2 < h^*$ ou $h^* \leqslant h_1 < h_2$, (B) soit il entraine un basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont, c'est-à-dire $h_1 < h^* \leqslant h_2$.

A. L'accroissement de h n'entraîne pas de variation de qualité en amont

Dans ce cas, $z(h_1) = z(h_2) = \underline{z}$ ou $z(h_1) = z(h_2) = \overline{z}$. Notons $\tilde{k}_{inf}(h,\theta)$ la qualité espérée en aval lorsque la qualité amont est $\underline{z}$ et $\tilde{k}_{sup}(h,\theta)$ lorsque la qualité amont est $\overline{z}$; on a :

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{k}_{inf}}{\mathrm{d}h} = (\underline{k} - k^*) + h\left(\frac{\partial \underline{w^m}}{\partial h}\frac{\partial \underline{k}}{\partial \underline{w^m}}\right) + (1-h)\left(\frac{\partial \underline{w^m}}{\partial h}\frac{\partial k^*}{\partial \underline{w^m}}\right) \tag{23}$$

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{k}_{sup}}{\mathrm{d}h} = (\overline{k} - k^*) + h\left(\frac{\partial \overline{w^m}}{\partial h}\frac{\partial \overline{k}}{\partial \overline{w^m}}\right) + (1-h)\left(\frac{\partial \overline{w^m}}{\partial h}\frac{\partial k^*}{\partial \overline{w^m}}\right) \tag{24}$$

sachant que $\underline{k} - k^* < 0$ et $\overline{k} - k^* > 0$, l'effet global de h sur $\tilde{k}_{inf}$ et sur $\tilde{k}_{sup}$ dépend de l'effet de h sur le prix de gros en amont et de l'effet du prix de gros amont sur le choix de la qualité associée en aval.

A.1. Si on suppose que l'effet de la variation du prix de gros amont sur le choix de la qualité en aval ou l'effet de la variation de h sur le prix de gros est négligeable, alors on vérifie que $\frac{\mathrm{d}\tilde{k}_{inf}}{\mathrm{d}h} = \underline{k} - k^* < 0$ et $\frac{\mathrm{d}\tilde{k}_{sup}}{\mathrm{d}h} = \overline{k} - k^* > 0$. Autrement dit, l'accroissement de h renforce l'investissement en R&D en aval quand la technologie générique est de haute qualité et fait baisser l'investissement R&D en aval quand la technologie générique est de qualité basse.

A.2. Si on suppose que le prix amont a un effet sur le choix de la qualité aval et que h influence le prix de gros, alors l'effet global de h sur

14. La variable z ne prenant que deux valeurs, $\frac{\partial z}{\partial h}$, $\frac{\partial w^m}{\partial z}$ et $\frac{\partial k}{\partial z}$ sont des notations abusives.

$\tilde{k}_{inf}$ dépend des signes de $\frac{\partial w^{\underline{m}}(h)}{\partial h}$, de $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}}$ et de $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}}$, tandis l'effet global de h sur $\tilde{k}_{sup}$ dépend des signes de $\frac{\partial w^{\overline{m}}(h)}{\partial h}$, de $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}}$ et de $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}}$.

Nous posons l'hypothèse 4 suivante :

Hypothèse 4. $\forall\, h \in [0,1]$, $\frac{\partial w^{\overline{m}}(h)}{\partial h} \geqslant 0$ *et* $\frac{\partial w^{\underline{m}}(h)}{\partial h} \leqslant 0$.

Par l'hypothèse 4, on suppose que la firme amont augmente son prix avec h quand elle a choisi de produire la qualité haute et baisse son prix avec h quand elle a choisi de produire la qualité basse. On suppose que les fondamentaux du modèle (fonctions de demande, de coût, de profit, de surplus, etc.) garantissent cette hypothèse.

Étant donné l'hypothèse 4, évaluons l'effet global de h sur $\tilde{k}_{inf}$ et $\tilde{k}_{sup}$.

1. Effet global de h sur $\tilde{k}_{inf}$

   – si $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}} > 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}} > 0$, alors on vérifie que l'effet indirect de h sur $\tilde{k}_{inf}$ est négatif. On a donc un renforcement de l'effet négatif direct de h sur le niveau d'investissement espéré en aval.

   – si $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}} < 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}} < 0$, alors on vérifie que l'effet indirect passant par le prix est positif ; ce qui engendre une moindre baisse ou une augmentation du niveau d'investissement espéré lorsque h augmente.

2. Effet global de h sur $\tilde{k}_{sup}$

   – si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} > 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} > 0$, alors on vérifie que l'effet indirect passant par le prix est positif. Ce qui renforce l'effet direct positif de h sur $\tilde{k}_{sup}$.

   – si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} < 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} < 0$, alors on vérifie que l'effet indirect passant par le prix est négatif. Ce qui engendre un moindre accroissement ou une baisse de $\tilde{k}_{sup}$ par rapport à h.

B. L'accroissement de h entraîne un basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont

Évaluons donc le signe de $\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta)$. On sait que :

$$\tilde{k}_{sup}(h,\theta) = h\overline{k}(w^{\overline{m}}(h)) + (1-h)k^*(w^{\overline{m}}(h),\theta) \tag{25}$$

$$\tilde{k}_{inf}(h,\theta) = h\underline{k}(w^{\underline{m}}(h)) + (1-h)k^*(w^{\underline{m}}(h),\theta) \tag{26}$$

On peut décomposer et écrire :

$$\begin{aligned} \tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta) \quad = \quad & \big(\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{sup}(h_1,\theta)\big) \\ & + \big(\tilde{k}_{sup}(h_1,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta)\big) \end{aligned} \tag{27}$$

B.1. Si on néglige l'effet du prix amont sur la qualité aval et l'effet de h sur le prix amont, alors $\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2)) = \overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1)) = \overline{k}$, $\underline{k}(w^{\underline{m}}(h_2)) = \underline{k}(w^{\underline{m}}(h_1)) = \underline{k}$, $k^*(w^{\overline{m}}(h_2), \theta) = k^*(w^{\overline{m}}(h_1), \theta) = k^*(w^{\underline{m}}(h_2), \theta) = k^*(w^{\underline{m}}(h_1), \theta) = k^*$, avec $\overline{k} > k^* > \underline{k}$ et $w^{\overline{m}}(h_2) = w^{\overline{m}}(h_1) = w^{\overline{m}}$, $w^{\underline{m}}(h_2) = w^{\underline{m}}(h_1) = w^{\underline{m}}$ avec $w^{\overline{m}} > w^{\underline{m}}$. Dans ce cas, en utilisant les équations (25) et (26), on montre que les deux termes de droite de l'équation (27) sont positifs :

$$\tilde{k}_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{k}_{sup}(h_1, \theta) = (h_2 - h_1)(\overline{k} - k^*) > 0 \tag{28}$$
$$\tilde{k}_{sup}(h_1, \theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1, \theta) = h_1(\overline{k} - \underline{k}) > 0 \tag{29}$$

On montre ainsi que $\tilde{k}_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1, \theta) > \tilde{k}_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{k}_{sup}(h_1, \theta)$. Le basculement de la qualité basse vers la qualité haute renforce l'effet positif du pôle sur l'investissement aval en R&D.

B.2. Si on ne néglige pas l'effet du prix amont sur la qualité aval et l'effet de h sur le prix amont, alors étant donné l'hypothèse (4), calculons l'effet global de h sur l'investissement espéré en aval :

- si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} > 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} > 0$, on montre que le premier terme de droite, $\tilde{k}_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{k}_{sup}(h_1, \theta)$, est de signe indéterminé tandis que le second terme, $\tilde{k}_{sup}(h_1, \theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1, \theta)$, est positif. On conclut que le signe de $\tilde{k}_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1, \theta)$ est indéterminé. Cependant si l'accroissement de la qualité amont suite à l'accroissement du prix amont est très fort, alors on vérifie que $\tilde{k}_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1, \theta) > 0$.

- si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} < 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} < 0$, alors on montre que le premier terme de droite, $\tilde{k}_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{k}_{sup}(h_1, \theta)$, est de signe indéterminé tandis que le second terme,$\tilde{k}_{sup}(h_1, \theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1, \theta)$, est négatif. Le signe de $\tilde{k}_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1, \theta)$ est donc indéterminé. Cependant si la baisse de la qualité aval suite à l'accroissement du prix amont est très forte, alors on vérifie que $\tilde{k}_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1, \theta) < 0$.

  Démonstration. Voir annexe A □

Proposition 2. *Si* $\frac{\partial w^m}{\partial h} = 0$ *ou* $\frac{\partial k}{\partial w} \geqslant 0$ *ou* $\frac{\partial k}{\partial w} < 0$ *avec* $|\frac{\partial k}{\partial w^m}| \simeq 0$*, le pôle de compétitivité accroît l'investissement espéré en qualité en aval lorsque la firme amont investit dans la qualité haute, et le fait baisser lorsque la firme amont investit dans la qualité basse.*

Corollaire 2. *Si l'accroissement de h fait basculer la firme générique de la qualité basse vers la qualité haute, ces effets se renforcent si et seulement si, la variation consécutive du prix de gros influence fortement le choix de la qualité en aval, c'est-à-dire respectivement* $\frac{\partial k}{\partial w} \gg 0$ *et* $\frac{\partial k}{\partial w} \ll 0$.

5.2.2 Niveau d'utilisation du bien générique en aval

La différentielle totale de $\tilde{X}^a(h, \theta)$ par rapport à h est donnée par :

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\tilde{X}^a}{\mathrm{d}h} \quad = \quad & \left(\frac{\partial w^m}{\partial h}+\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial w^m}{\partial z}\right)\frac{\partial \tilde{X}^a}{\partial w^m}+\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial \tilde{X}^a}{\partial z}+\frac{\partial \tilde{X}^a}{\partial h}\\ & +\left(\left(\frac{\partial w^m}{\partial h}+\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial w^m}{\partial z}\right)\frac{\partial k}{\partial w^m}+\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial k}{\partial z}\right)\frac{\partial \tilde{X}^a}{\partial k}\\ & +\left(\left(\frac{\partial w^m}{\partial h}+\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial w^m}{\partial z}\right)\frac{\partial k^*}{\partial w^m}\right)\frac{\partial \tilde{X}^a}{\partial k^*}\end{aligned} \tag{30}$$

L'équation (30) exprime quatre effets de la variation de h sur la demande de la firme aval :

1. $\frac{\partial \tilde{X}^a}{\partial h}$ est l'effet direct sur la demande.
2. $\left(\frac{\partial w^m}{\partial h}+\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial w^m}{\partial z}\right)\frac{\partial \tilde{X}^a}{\partial w^m}$ est l'effet indirect passant par la variation du prix.
3. $\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial X^a}{\partial z}$ est l'effet indirect supplémentaire passant par la variation de la qualité du bien générique.
4. $\left(\left(\frac{\partial w^m}{\partial h}+\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial w^m}{\partial z}\right)\frac{\partial k}{\partial w^m}+\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial k}{\partial z}\right)\frac{\partial \tilde{X}^a}{\partial k}+\left(\left(\frac{\partial w^m}{\partial h}+\frac{\partial z}{\partial h}\frac{\partial w^m}{\partial z}\right)\frac{\partial k^*}{\partial w^m}\right)\frac{\partial \tilde{X}^a}{\partial k^*}$ est l'effet indirect supplémentaire passant par la variation de la qualité du bien aval.

On interprète le premier effet comme l'*effet qualité amont observée*, le deuxième comme l'*effet prix*, le troisième comme l'*effet variation qualité amont* et le quatrième comme l'*effet variation qualité aval*.

A. L'accroissement de h n'entraîne pas de variation de qualité en amont

Notons $\tilde{X}^a_{inf}(h,\theta)$ la quantité espérée lorsque la qualité du générique est $\underline{z}$ et $\tilde{X}^a_{sup}(h,\theta)$[15] lorsque la qualité du générique est $\overline{z}$. On a :

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{X}^a_{sup}}{\mathrm{d}h}=\frac{\partial w^{\overline{m}}}{\partial h}\frac{\partial \tilde{X}^a_{sup}}{\partial w^{\overline{m}}}+\frac{\partial \tilde{X}^a_{sup}}{\partial h}+\frac{\partial w^{\overline{m}}}{\partial h}\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}}\frac{\partial \tilde{X}^a_{sup}}{\partial \overline{k}}+\frac{\partial w^{\overline{m}}}{\partial h}\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}}\frac{\partial \tilde{X}^a_{sup}}{\partial k^*} \tag{31}$$

$$\frac{\mathrm{d}\tilde{X}^a_{inf}}{\mathrm{d}h}=\frac{\partial w^{\underline{m}}}{\partial h}\frac{\partial \tilde{X}^a_{inf}}{\partial w^{\underline{m}}}+\frac{\partial \tilde{X}^a_{inf}}{\partial h}+\frac{\partial w^{\underline{m}}}{\partial h}\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}}\frac{\partial \tilde{X}^a_{inf}}{\partial \underline{k}}+\frac{\partial w^{\underline{m}}}{\partial h}\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}}\frac{\partial \tilde{X}^a_{inf}}{\partial k^*} \tag{32}$$

Quel est l'effet globale de h sur le comportement d'adoption d'une firme aval de type θ ?

A.1. Si on néglige l'effet de la variation du prix amont sur le choix de la qualité aval ou l'effet de l'accroissement de h sur le prix de gros, alors il ne reste plus que l'effet direct et l'effet indirect passant par le prix.

Remarque 7. Avec l'hypothèse 4 et le lemme 3, on vérifie que dans tous les deux cas $\tilde{X}^a_{sup}$ et $\tilde{X}^a_{inf}$, les deux effets restants de h sont opposés : (i) lorsque la qualité est haute (équation 31), l'effet direct est positif alors que l'effet indirect *prix* est négatif ; (ii) lorsque la qualité est basse (équation 32) l'effet direct est négatif alors que l'effet indirect *prix* est positif. Le sens de

15. On note que $\tilde{X}^a_{sup}(h,\theta)=\overline{X}^g(h)$ et $\tilde{X}^a_{inf}(h,\theta)=\underline{X}^g(h)$ pour une firme de type θ donné.

variation globale dépendra donc de l'effet le plus fort. Autrement dit, si dans les deux cas, l'effet direct est plus fort que l'effet indirect, alors $\tilde{X}^a_{sup}$ croît globalement avec h tandis que $\tilde{X}^a_{inf}$ décroit globalement avec h.

Pour déterminer le sens de variation globale de la demande aval par rapport à h, évaluons et comparons les demandes $\tilde{X}^a_{sup}(h,\theta)$ pour les valeurs extrêmes de h, i. e. $h = 0$ et $h = 1$, toutes choses égales par ailleurs.

En considérant les équations (11) et(13), les demandes à l'étape 4 sont :

$$\tilde{X}^a_{sup}(0,\theta) \quad = \quad -CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(0), k^*(w^{\overline{m}}(0),\theta), \overline{z}) \tag{33}$$

$$\tilde{X}^a_{sup}(1,\theta) = -CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(1), \overline{k}(w^{\overline{m}}(1),\theta), \overline{z}) \tag{34}$$

On vérifie avec l'hypothèse $CS_{p^a} < 0$ que $\tilde{X}^a_{sup}(0,\theta) > 0$ et $\tilde{X}^a_{sup}(1,\theta) > 0$.
On pose l'hypothèse $CS_{p^akw} < 0$, ce qui implique que $\tilde{X}^a_{sup}(1,\theta) > \tilde{X}^a_{sup}(0,\theta) > 0$.

En considérant les équations (12) et(14), nous faisons de même pour $\tilde{X}^a_{inf}(h,\theta)$. Évaluons et comparons les demandes $\tilde{X}^a_{inf}(h,\theta)$ pour les valeurs extrêmes de h, i. e. $h = 0$ et $h = 1$. Commençons par l'équation (12).

$$\tilde{X}^a_{inf}(0,\theta) \quad = \quad -CS_{p^a}(w^{\underline{m}}(0), k^*(w^{\underline{m}}(0),\theta), \underline{z})) \tag{35}$$

$$\tilde{X}^a_{inf}(1,\theta) = -CS_{p^a}(w^{\underline{m}}(1), \underline{k}(w^{\underline{m}}(1),\theta), \underline{z}) \tag{36}$$

On vérifie aussi avec l'hypothèse $CS_{p^a} < 0$ que $\tilde{X}^a_{inf}(0,\theta) > 0$ et $\tilde{X}^a_{inf}(1,\theta) > 0$.
Avec l'hypothèse $CS_{p^akw} < 0$ et l'hypothèse 4, on montre que $0 < \tilde{X}^a_{inf}(1,\theta) < \tilde{X}^a_{inf}(0,\theta)$.

Ce résultat est vérifié aussi pour l'équation (14); dans ce cas, $\tilde{X}^a_{inf}(1,\theta) = 0 < \tilde{X}^a_{inf}(0,\theta)$.

A.2. Supposons que l'effet de la variation du prix amont sur la qualité aval n'est pas négligeable ainsi que l'effet de h sur e prix de gros. Étant donné l'hypothèse (4) et sachant que $\frac{\partial X^a}{\partial k} > 0$, l'effet globale de h sur le niveau d'utilisation espérée en aval dépend de l'effet du prix de gros sur la qualité aval.

1. effet global sur $\tilde{X^a}_{inf}$

   – si $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}} > 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}} > 0$, alors l'effet indirect supplémentaire passant par la variation de la qualité aval est négatif, engendrant ainsi un renforcement de l'effet direct négatif.

– si $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}} < 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}} < 0$, alors l'effet indirect supplémentaire passant par la variation de la qualité aval est positif, renforçant ainsi l'effet prix positif. Au total, on a une moindre baisse ou une augmentation du niveau d'utilisation en aval du bien générique lorsque h augmente.

2. effet global sur $\tilde{X^a}_{sup}$

– si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} > 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} > 0$, alors l'effet indirect supplémentaire passant par la variation de la qualité aval est positif ; ce qui renforce l'effet direct positif de h sur $\tilde{k}_{sup}$.

– si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} < 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} < 0$, l'effet indirect supplémentaire passant par la variation de la qualité aval est négatif, renforçant ainsi l'effet indirect prix (négatif). Au total, on a un moindre accroissement ou une baisse du niveau d'utilisation en aval du bien générique lorsque h augmente.

B. L'accroissement de h entraîne un basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont

Nous calculons le signe de $\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta)$. On sait que :

$$\begin{aligned}\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) &= h_2(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2), \overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2))) \\ &\quad +(1-h_2)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2), k^*(w^{\overline{m}}(h_2),\theta)) \qquad (37)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta) &= h_2(-CS_{p^a}(w^{\underline{m}}(h_2), \underline{k}(w^{\underline{m}}(h_2))) \\ &\quad +(1-h_2)(-CS_{p^a}(w^{\underline{m}}(h_2), k^*(w^{\underline{m}}(h_2),\theta)) \qquad (38)\end{aligned}$$

On peut décomposer et écrire :

$$\begin{aligned}\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta) &= \big(\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta)\big) \\ &\quad +\big(\tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta)\big) \qquad (39)\end{aligned}$$

B.1. Si on néglige l'effet du prix amont sur la qualité aval et l'effet de h sur le prix amont et en utilisant les équations (37) et (38), on montre que le premier terme et le deuxième terme de l'équation (39) sont positif :

$$\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta) = (h_2-h_1)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}, \overline{k}) - (-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}, k^*))) > 0 \qquad (40)$$

$$\tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta) = h_1(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}, \overline{k}) - (-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}, \underline{k}))) > 0 \qquad (41)$$

On vient donc de montrer que $\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta) > \tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta)$. En faisant basculer la firme amont de la qualité basse vers la qualité haute, le pôle renforce d'avantage son effet positif sur le niveau d'utilisation en aval du produit générique.

B.2. Si on ne néglige pas l'effet du prix amont sur la qualité aval et l'effet de h sur le prix amont, alors étant donné l'hypothèse (4), calculons l'effet global de h sur le niveau d'utilisation espérée du produit générique en aval :

– si $\frac{\partial \bar{k}}{\partial w^m} > 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} > 0$, on montre que le premier terme de droite de l'équation (39), $\tilde{X}^a_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{X}^a_{sup}(h_1, \theta)$, est de signe indéterminé tandis que le second terme, $\tilde{X}^a_{sup}(h_1, \theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1, \theta)$ est positif. On en déduit que le signe global de $\tilde{X}^a_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1, \theta)$ est indéterminé. Cependant on montre que si l'accroissement de la qualité aval suite à l'accroissement du prix amont est très fort, alors $\tilde{X}^a_{sup}(h_2, \theta)) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1, \theta)) > 0$.

– si $\frac{\partial \bar{k}}{\partial w^m} < 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} < 0$, on montre que le premier terme de droite de l'équation (39), $\tilde{X}^a_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{X}^a_{sup}(h_1, \theta)$, est de signe indéterminé tandis que le second terme, $\tilde{X}^a_{sup}(h_1, \theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1, \theta)$ est négatif. On conclut que le signe global de $\tilde{X}^a_{sup}(h_2, \theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1, \theta)$ est indéterminé. Cependant si la baisse de la qualité amont suite à l'accroissement du prix amont est très forte, alors $\tilde{X}^a_{sup}(h_2, \theta)) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1, \theta)) < 0$.

Démonstration. Voir Annexe B □

Proposition 3. *Si $\tilde{X}^a_{sup}(h, \theta)$ et $\tilde{X}^a_{inf}(h, \theta)$ sont strictement monotones par rapport à h, si $\frac{\partial w^m}{\partial h} = 0$ ou $\frac{\partial k}{\partial w^m} \geqslant 0$ ou $\frac{\partial k}{\partial w^m} < 0$ avec $|\frac{\partial k}{\partial w^m}| \simeq 0$, alors le dispositif des pôles : (i) fait augmenter le niveau d'utilisation espérée du bien générique en aval lorsqu'il est de qualité haute et (ii) fait baisser le niveau d'utilisation espérée du bien générique en aval lorsqu'il est de qualité basse.*

Corollaire 3. *Si l'accroissement de h fait basculer la firme générique de la qualité basse vers la qualité haute, ces effets se renforcent si et seulement si, la variation consécutive du prix de gros influence fortement le choix de la qualité en aval, c'est-à-dire respectivement $\frac{\partial k}{\partial w} \gg 0$ et $\frac{\partial k}{\partial w} \ll 0$.*

5.3 Surplus social

Supposons que pour le planificateur social, initiateur de la politique des pôles, le surplus social est la somme des surplus espérés du secteur amont et du secteur aval. Il est fonction de h et de la qualité du produit générique observée par le secteur aval à l'étape 4. Soit $W(h)$ ce surplus. On note que $W(h) \equiv W(w, k, k^*, z, h)$ car $w \equiv w^m(h, z)$, $z \equiv z(h)$, $k \equiv k(w, z)$ et $k^* \equiv k^*(w, \theta)$.

$$W(h) \quad = \quad \pi^g(h) + \pi^a(h) \tag{42}$$

L'effet global de l'accroissement de h sur le surplus social, suite à la mise en place du pôle de compétitivité, est donné par :

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}h} = \frac{\mathrm{d}\pi^g}{\mathrm{d}h} + \frac{\mathrm{d}\pi^a}{\mathrm{d}h} \tag{43}$$

A. L'accroissement de h n'entraîne pas de variation de qualité en amont

Notons respectivement $\underline{W}(h)$ et $\overline{W}(h)$ le surplus social lorsque les consommateurs finaux observent la qualité basse $\underline{z}$ et la qualité haute $\overline{z}$. Les profits en amont $\underline{\pi}^g(h)$ et $\overline{\pi}^g(h)$ sont connues. Les profits aval $\underline{\pi}^a(h)$ et $\overline{\pi}^a(h)$ espérés par le planificateur sont donnés par :

$$\begin{aligned}\underline{\pi}^a(h) \quad = \quad & h\left[CS(w^{\underline{m}}(h), \underline{k}(w^{\underline{m}}(h)), \underline{z}(h)) - c^a(\underline{k}(w^{\underline{m}}(h)))\right] \\ & +(1-h)\int (CS(w^{\underline{m}}(h), k^*(w^{\underline{m}}(h), \theta), \underline{z}(h)) - c^a(k^*(w^{\underline{m}}(h), \theta))f(\theta)\mathrm{d}\theta\end{aligned} \tag{44}$$

$$\begin{aligned}\overline{\pi}^a(h) \quad = \quad & h\left[CS(w^{\overline{m}}(h), \overline{k}(w^{\overline{m}}(h)), \overline{z}(h)) - c^a(\overline{k}(w^{\overline{m}}(h)))\right] \\ & +(1-h)\int (CS(w^{\overline{m}}(h), k^*(w^{\overline{m}}(h), \theta), \overline{z}(h)) - c^a(k^*(w^{\overline{m}}(h), \theta))f(\theta)\mathrm{d}\theta\end{aligned} \tag{45}$$

Remarque 8. Dans l'expression des profits aval selon le planificateur, on suppose volontairement que le secteur aval adopte toujours, c'est-à-dire que $w^m < \underline{w}$. Dans tous les autres cas ou il n'adopte pas toujours, les analyses restent les mêmes.

Déterminons le signe de $\frac{\mathrm{d}\underline{W}}{\mathrm{d}h} = \frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^g}{\mathrm{d}h} + \frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^a}{\mathrm{d}h}$ et le signe de $\frac{\mathrm{d}\overline{W}}{\mathrm{d}h} = \frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^g}{\mathrm{d}h} + \frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^a}{\mathrm{d}h}$. On a déjà montré précédemment que $\frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^g}{\mathrm{d}h} < 0$ et $\frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^g}{\mathrm{d}h} > 0$; autrement dit, le gain d'information est profitable à la firme amont seulement lorsqu'elle produit la qualité haute. Par ailleurs, on calcule :

$$\frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} = \frac{\partial w^{\underline{m}}}{\partial h}\frac{\partial \underline{\pi}^a}{\partial w^{\underline{m}}} + \frac{\partial w^{\underline{m}}}{\partial h}\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}}\frac{\partial \underline{\pi}^a}{\partial \underline{k}} + \frac{\partial w^{\underline{m}}}{\partial h}\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}}\frac{\partial \underline{\pi}^a}{\partial k^*} + \frac{\partial \underline{\pi}^a}{\partial h} \tag{46}$$

$$\frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} = \frac{\partial w^{\overline{m}}}{\partial h}\frac{\partial \overline{\pi}^a}{\partial w^{\overline{m}}} + \frac{\partial w^{\overline{m}}}{\partial h}\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}}\frac{\partial \overline{\pi}^a}{\partial \overline{k}} + \frac{\partial w^{\overline{m}}}{\partial h}\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}}\frac{\partial \overline{\pi}^a}{\partial k^*} + \frac{\partial \overline{\pi}^a}{\partial h} \tag{47}$$

Dans chacune des deux équations, on distingue trois effets : l'effet direct,$(\frac{\partial \pi^a}{\partial h})$, l'effet indirect passant par la variation du prix amont, $(\frac{\partial w^m}{\partial h}\frac{\partial \pi^a}{\partial w^m})$, et l'effet indirect passant par la qualité aval, $(\frac{\partial w^m}{\partial h}\frac{\partial k}{\partial w^m}\frac{\partial \pi^a}{\partial k} + \frac{\partial w^m}{\partial h}\frac{\partial k^*}{\partial w^m}\frac{\partial \pi^a}{\partial k^*})$.

Par ailleurs, on suppose que le profit du secteur aval croît avec le niveau d'investissement en qualité aval, c'est-à-dire que$\frac{\partial \underline{\pi}^a}{\partial \underline{k}} > 0$, $\frac{\partial \underline{\pi}^a}{\partial k^*} > 0$,$\frac{\partial \overline{\pi}^a}{\partial \overline{k}} > 0$ et $\frac{\partial \overline{\pi}^a}{\partial k^*} > 0$.

A.1. Si on néglige l'effet de la variation du prix amont sur le choix de la qualité aval ou l'effet de la variation h sur le prix de gros amont, alors les équations (5) et (6) deviennent respectivement :

$$\frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} = \frac{\partial \underline{\pi}^a}{\partial h} \tag{48}$$

$$\frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} = \frac{\partial \overline{\pi}^a}{\partial h} \tag{49}$$

En utilisant les équations (2) et (3), on montre donc que :

$$\frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} = \left[CS(w^{\underline{m}}, \underline{k}, \underline{z}) - c^a(\underline{k})\right] - \int \left[CS(w^{\underline{m}}, k^*, \underline{z}) - c^a(k^*)\right] f(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{50}$$

$$\frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} = \left[CS(w^{\overline{m}}, \overline{k}, \overline{z}) - c^a(\overline{k})\right] - \int \left[CS(w^{\overline{m}}, k^*, \overline{z}) - c^a(k^*)\right] f(\theta)\mathrm{d}\theta \tag{51}$$

Par définition de $\underline{k}$ et de $\overline{k}$, on sait que dans l'équation (50), $CS(w^{\underline{m}}, \underline{k}, \underline{z}) - c^a(\underline{k})$ est plus grand que $CS(w^{\underline{m}}, k^*, \underline{z}) - c^a(k^*)$ et que dans l'équation (51), $CS(w^{\overline{m}}, \overline{k}, \overline{z}) - c^a(\overline{k})$ est plus grand que $CS(w^{\overline{m}}, k^*, \overline{z}) - c^a(k^*)$. On montre donc que $\frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} > 0$ et $\frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} > 0$. Le gain d'information est toujours profitable au secteur aval ; il lui permet en effet d'approcher son niveau d'investissement optimal k et d'améliorer son profit en réduisant soit le risque de sous-investissement, soit le risque de sur-investissement dû à l'imperfection de l'information sur la technologie générique.

En somme, lorsqu'on néglige l'effet de h sur le prix amont ou l'effet du prix amont sur la qualité aval, alors $\frac{\mathrm{d}\overline{W}}{\mathrm{d}h} > 0$ tandis que $\frac{\mathrm{d}\underline{W}}{\mathrm{d}h}$ est de signe indéterminé. En d'autres termes, le pôle améliore le bien-être social et permet l'alignement des incitations des secteurs amont et aval lorsque le bien générique est de qualité haute. Mais au contraire, lorsque le bien générique est de qualité basse, l'effet global du pôle est ambigu car les incitations amont et aval ne sont pas alignées.

A.2. Si on ne néglige pas l'effet de la variation du prix amont sur le choix de la qualité aval ou l'effet de la variation h sur le prix de gros, et étant donné l'hypothèse (4), on calcule :

1. Effet global de h sur $\underline{\pi}^a$ et $\underline{W}$
   - si $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}} > 0$ et $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}} > 0$, alors l'effet prix est positif renforçant l'effet direct tandis que l'effet indirect qualité est négatif. ce qui engendre un moindre accroissement ou une baisse de $\underline{\pi}^a$. Cependant, si $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}} \gg 0$, $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}} \gg 0$, on aura $\frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} < 0$; on en déduit que impliquant $\frac{\mathrm{d}\underline{W}}{\mathrm{d}h} < 0$.

   - si $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}} < 0$ et $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}} < 0$, on a un effet indirect qualité positif ainsi que l'effet indirect prix ; ce qui renforce l'effet direct ; en somme $\frac{\mathrm{d}\underline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} > 0$. On en déduit que l'effet global de l'accroissement de h sur $\underline{W}$ est indéterminé.

2. Effet global de h sur $\overline{\pi}^a$ et $\overline{W}$
   - si $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\underline{m}}} > 0$ et $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^{\underline{m}}} > 0$, l'effet qualité est positif renforçant ainsi l'effet direct positif tandis que l'effet indirect prix est négatif. On a donc un moindre accroissement ou une baisse de $\overline{\pi}^a$. Cependant si $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} \gg 0$ et $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} \gg 0$, on a $\frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} > 0$, impliquant $\frac{\mathrm{d}\overline{W}}{\mathrm{d}h} > 0$.

- si $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} < 0$ et $\frac{\partial \underline{k}}{\partial w^m} < 0$, l'effet qualité est négatif ainsi que l'effet prix. On a donc un moindre accroissement ou une baisse du profit aval. cependant, si $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} \ll 0$, $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^m} \ll 0$, alors $\frac{\mathrm{d}\overline{\pi}^a}{\mathrm{d}h} < 0$; on en déduit que le signe de $\frac{\mathrm{d}\overline{W}}{\mathrm{d}h}$ est indéterminé.

En somme, on a montré que si l'accroissement du prix amont fait accroître fortement la qualité aval, le surplus social augmente si et seulement si la firme amont produit la qualité haute.

B. L'accroissement de h entraîne un basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont.

Calculons $\overline{W}(h_2) - \underline{W}(h_1)$, avec $\overline{W}(h_2) - \underline{W}(h_1) = (\overline{\pi}^g(h_2) - \underline{\pi}^g(h_1)) + (\overline{\pi}^a(h_2) - \underline{\pi}^a(h_1))$

On réécrit sous forme :

$$\begin{aligned}\overline{W}(h_2) - \underline{W}(h_1) &= \underbrace{(\overline{\pi}^g(h_2) - \overline{\pi}^g(h_1))}_{(+)} + \underbrace{(\overline{\pi}^g(h_1) - \underline{\pi}^g(h_1))}_{(+)} \\ &\quad + \underbrace{(\overline{\pi}^a(h_2) - \overline{\pi}^a(h_1))}_{(+/-)?} + \underbrace{(\overline{\pi}^a(h_1) - \underline{\pi}^a(h_1))}_{(+)} \qquad (52)\end{aligned}$$

Autrement dit,

- Si on néglige l'effet de la variation du prix amont sur le choix de la qualité aval ou l'effet de la variation h sur le prix de gros, alors, le troisième terme de droite de l'équation (15), $\overline{\pi}^a(h_2) - \overline{\pi}^a(h_1)$ est positif, impliquant que $\overline{W}(h_2) - \underline{W}(h_1) > \overline{W}(h_2) - \overline{W}(h_1) \equiv (\overline{\pi}^g(h_2) - \overline{\pi}^g(h_1)) + (\overline{\pi}^a(h_2) - \overline{\pi}^a(h_1)) > 0$.

- Si on ne néglige pas l'effet de la variation du prix amont sur le choix de la qualité aval ou l'effet de la variation h sur le prix de gros, et étant donné l'hypothèse (4) et les signes de $\overline{\pi}^a(h_2) - \overline{\pi}^a(h_1)$ dans la section A.2. précédente, on a (*i*) $\overline{W}(h_2) - \underline{W}(h_1) > \overline{W}(h_2) - \overline{W}(h_1) > 0$ si et seulement si $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} > 0$ et $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^m} > 0$, avec $\mid \frac{\partial k^*}{\partial w^m} \mid$ et $\mid \frac{\partial \overline{k}}{\partial w^m} \mid$ grands, (*ii*) $\overline{W}(h_2) - \underline{W}(h_1)$ de signe indéterminé sinon.

En somme, lorsqu'on ignore l'effet de h sur le prix amont ou l'effet du prix amont sur la qualité aval, le basculement de la qualité basse vers la qualité haute renforce l'effet positif du pôle sur le surplus social. A contrario, lorsqu'on ne néglige pas l'effet de h sur le prix amont ou l'effet du prix amont sur la qualité aval, le basculement vers la qualité haute en amont renforce l'effet positif du pôle si et seulement si $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} > 0$, $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^m} > 0$, avec $\mid \frac{\partial k^*}{\partial w^m} \mid$ et $\mid \frac{\partial \overline{k}}{\partial w^m} \mid$ grands.

Proposition 4. *Si $\frac{\partial k^*}{\partial w^m}$ ou $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} = \frac{\partial k}{\partial w^m} = 0$ ou $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} > 0$ et $\frac{\partial k}{\partial w^m} > 0$ avec $\mid \frac{\partial k^*}{\partial w^m} \mid$ et $\mid \frac{\partial \overline{k}}{\partial w^m} \mid$ grands, le pôle de compétitivité améliore bien être social lorsque le bien générique est de qualité haute ou lorsqu'il y a basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont.*

Dans la section suivante, nous expliciterons une fonction de demande spécifique et analyserons les effets des pôles.

6 Une application avec une fonction explicite

Supposons que le surplus du consommateur est donnée par $CS = kz/p_a$ avec $p_a > 0$, $z > 0$ et $k > 0$; ce qui implique que la fonction de demande des consommateurs en aval est donnée par $X^a = kz/p_a^2$. On vérifie les hypothèses initiales $CS_z = k/p_a > 0$; $CS_k = z/p_a > 0$; $CS_{zz} = 0$; $CS_{kk} = 0$; $CS_{p_a} = -kz/p_a^2 < 0$; $CS_{p_a p_a} = 2kz/p_a^3 > 0$; $CS_{p_a z} = -k/p_a^2 < 0$; $CS_{p_a k} = -z/p_a^2 < 0$; $CS_{kz} = 1/p_a > 0$.

Soit $c^a(k) = 0,5k^2$ le coût R&D de la firme aval. Ce coût est convexe et traduit un rendement décroissant de l'investissement R&D. On vérifie aussi les hypothèses $c_k^a = k > 0$ et $c_{kk}^a = 1 > 0$.

La fonction objectif du secteur aval, son surplus total brut, est donnée par :

$$kz/p_a + (p_a - w)kz/p_a^2$$

6.1 Équilibre du secteur aval

$\triangleright$ En *information parfaite* , i. e. en présence de signal, calculons le prix, la qualité, le profit et la demande exprimée par le secteur aval à l'équilibre.

La maximisation du surplus brut $r^a(p_a, k, z) = kz/p_a + (p_a - w)kz/p_a^2$ par rapport à p_a donne le prix optimal $p^a(w) = w$; on réécrit donc $r^a(w, k, z) = kz/w$ et le profit est donné par $\pi^a(w, k, z) = kz/w - 0,5k^2$. On montre que le niveau de qualité k qui maximise le profit est donné par $k(w, z) = z/w$ [16] avec $\underline{k}(w) = \underline{z}/w$ et $\overline{k}(w) = \overline{z}/w$. La valeur maximale du profit est donnée par $\pi^{max}(w, z) = 0,5z^2/w^2$ avec $\underline{\pi}^{max}(w) = 0,5\underline{z}^2/w^2$ et $\overline{\pi}^{max}(w) = 0,5\overline{z}^2/w^2$.

On remarque que $\overline{\pi}^{max}(w) > 0$, $\underline{\pi}^{max}(w) > 0$ et que $\lim\limits_{w\to 0} \underline{\pi}^{max}(w) = \lim\limits_{w\to 0} \overline{\pi}^{max}(w) = +\infty$; cela implique que la firme aval adopte toujours quelque soit le prix de la qualité de la technologie générique ; en d'autres termes, $\underline{w} = \overline{w} = +\infty$.

On déduit de ce qui précède, la demande du bien générique exprimée par le secteur aval : $\underline{X}^a(w) = \underline{k}\underline{z}/w^2 = \underline{z}^2/w^3$ et $\overline{X}^a(w) = \overline{k}\overline{z}/w^2 = \overline{z}^2/w^3$.

$\triangleright$ En *information imparfaite*, i. e. en absence de signal, la firme aval se base sur sa croyance θ que la technologie est de qualité haute. Pour choisir son prix, elle maximise son surplus espéré $R^a(p_a, k, p) = \theta(k\overline{z}/p_a + (p_a - w)k\overline{z}/p_a^2) + (1-\theta)(k\underline{z}/p_a + (p_a - w)k\underline{z}/p_a^2)$. On montre que $p^a(w) = w$ et le profit espéré est donné par $\Pi^a(w, k, p) = \theta(k\overline{z}/w) + (1-\theta)(k\underline{z}/w) - 0,5k^2$. Le niveau de qualité k qui maximise ce profit est donné par $k^*(w, \theta) = (\theta\overline{z} + (1-\theta)\underline{z})/w$. En remplaçant k^* par sa valeur dans la fonction de profit espéré, on obtient la valeur maximale du profit, $\Pi^{max}(w, \theta) = 0,5(\theta\overline{z} + (1-\theta)\underline{z})^2/w^2$.

On remarque donc que $\Pi^{max}(w, \theta) > 0$ et $\lim\limits_{w\to 0} \Pi^{max}(w, \theta) = +\infty$. On note donc que même en absence de signal, la firme aval adopte toujours ; par conséquent $\tilde{w}(\theta) = +\infty$.

16. On vérifie la complémentarité technologique, $k_z(w, z) = 1/w > 0$.

Par ailleurs, la demande anticipée sur laquelle la firme aval se base pour prendre sa décision d'adoption à l'étape 3 est donnée par $\theta(k^*\overline{z}/w^2) + (1-\theta)(k^*\underline{z}/w^2) = (\theta\overline{z} + (1-\theta)\underline{z})^2/w^3$.

6.2 Équilibre du secteur amont

$\triangleright$ En *information parfaite*, la demande espérée par la firme amont est la même que la demande exprimée par la firme aval. Quand la firme amont choisit la qualité basse, on a $\underline{X}^g(w) = \underline{X}^a(w) = \underline{z}^2/w^3$ avec un profit $\underline{\pi}^g(w) = (w-c)\underline{X}^g - c^g(\underline{z})$; mais quand elle choisit de produire la qualité haute, $\overline{X}^g(w) = \overline{X}^a(w) = \overline{z}^2/w^3$, le profit associé étant $\overline{\pi}^g(w) = (w-c)\overline{X}^g - c^g(\overline{z})$.

$\triangleright$ En *information imparfaite*, la demande exprimée à l'étape 4 par la firme aval de type θ est soit $\underline{X}^a(w,\theta) = k^*(w,\theta)\underline{z}/w^2$ quand elle observe $\underline{z}$, soit $\overline{X}^a(w,\theta) = k^*(w,\theta)\overline{z}/w^2$ quand elle observe $\overline{z}$. Sachant que $\underline{X}^g(w) = \int_0^1 \underline{X}^a(w,\theta)f(\theta)\mathrm{d}\theta$ et $\overline{X}^g(w) = \int_0^1 \overline{X}^a(w,\theta)f(\theta)\mathrm{d}\theta$, on montre que les demandes espérées de la firme amont sont,

$$\underline{X}^g(w) = (\overline{z}\underline{z}\mathrm{E}(\theta) + \underline{z}^2(1-\mathrm{E}(\theta)))/w^3 \tag{53}$$

$$\overline{X}^g(w) = (\overline{z}^2\mathrm{E}(\theta) + \overline{z}\underline{z}(1-\mathrm{E}(\theta)))/w^3 \tag{54}$$

Les profits associés étant respectivement $\underline{\pi}^g(w) = (w-c)\underline{X}^g - c^g(\underline{z})$ et $\overline{\pi}^g(w) = (w-c)\overline{X}^g - c^g(\overline{z})$.

$\triangleright$ En *information imparfaite avec probabilité h de signal*, la demande espérée par la firme amont est :

$$\underline{X}^g(w,h) = h(\underline{z}^2/w^3) + (1-h)((\overline{z}\underline{z}\mathrm{E}(\theta) + \underline{z}^2(1-\mathrm{E}(\theta)))/w^3) \tag{55}$$

$$\overline{X}^g(w,h) = h(\overline{z}^2/w^3) + (1-h)((\overline{z}^2\mathrm{E}(\theta) + \overline{z}\underline{z}(1-\mathrm{E}(\theta)))/w^3) \tag{56}$$

Les profits associés étant respectivement $\underline{\pi}^g(w,h) = (w-c)\underline{X}^g - c^g(\underline{z})$ et $\overline{\pi}^g(w,h) = (w-c)\overline{X}^g - c^g(\overline{z})$. Soient $w^{\underline{m}} = argmax_w\ \underline{\pi}^g(w,h)$ le prix de la qualité basse et $w^{\overline{m}} = argmax_w\ \overline{\pi}^g(w,h)$ le prix de gros de la qualité haute. Après calculs, on montre que $w^{\underline{m}}$ et $w^{\overline{m}}$ sont identiques et indépendants de h et constants : $w^{\underline{m}} = w^{\overline{m}} = w = \frac{3}{2}c$. Les équations (55) et (56) deviennent donc respectivement $\underline{X}^g(h) = h(8\underline{z}^2/27c^3) + (1-h)(8(\overline{z}\underline{z}\mathrm{E}(\theta) + \underline{z}^2(1-\mathrm{E}(\theta)))/27c^3)$ et $\overline{X}^g(h) = h(8\overline{z}^2/27c^3) + (1-h)(8(\overline{z}^2\mathrm{E}(\theta) + \overline{z}\underline{z}(1-\mathrm{E}(\theta)))/27c^3)$. Les expressions des profits espérés sont $\underline{\pi}^g(h) = h(4\underline{z}^2/27c^2) + (1-h)(4(\overline{z}\underline{z}\mathrm{E}(\theta) + \underline{z}^2(1-\mathrm{E}(\theta)))/27c^2) - c(\underline{z})$ et $\overline{\pi}^g(h) = h(4\overline{z}^2/27c^2) + (1-h)(4(\overline{z}^2\mathrm{E}(\theta) + \overline{z}\underline{z}(1-\mathrm{E}(\theta)))/27c^2) - c(\overline{z})$.

6.3 Effets des pôles de compétitivité

$\triangleright$ *Choix de la qualité amont.* On montre que l'écart de demande espérée en amont augmente avec h car, $\mathrm{d}\underline{X}^g(h)/\mathrm{d}h = 8\mathrm{E}(\theta)\underline{z}(\underline{z}-\overline{z})/27c^3 < 0$ et $\mathrm{d}\overline{X}^g(h)/\mathrm{d}h = 8(1-\mathrm{E}(\theta))\overline{z}(\overline{z}-\underline{z})/27c^3 > 0$. De même, on montre que l'écart du profit espéré de la firme amont augmente avec h ; en effet, $\mathrm{d}\underline{\pi}^g(h)/\mathrm{d}h =$

$4\mathrm{E}(\theta)\underline{z}(\underline{z}-\overline{z})/27c^2 < 0$ et $\mathrm{d}\overline{\pi}^g(h)/\mathrm{d}h = 4(1-E(\theta))\overline{z}(\overline{z}-\underline{z})/27c^2 > 0$. On vérifie ainsi que le pôle de compétitivité incite la firme générique à vendre la qualité haute plutôt que la qualité basse.

En supposant que les coûts R&D, $c^g(\overline{z})$ et $c^g(\underline{z})$, garantissent des profits positifs à la firme amont, on vérifie qu'il existe une valeur limite h^* au delà de laquelle, la firme générique bascule de la qualité basse $\underline{z}$ à la qualité haute $\overline{z}$. Le dispositif des pôles technologiques influence donc le choix de la qualité en amont.

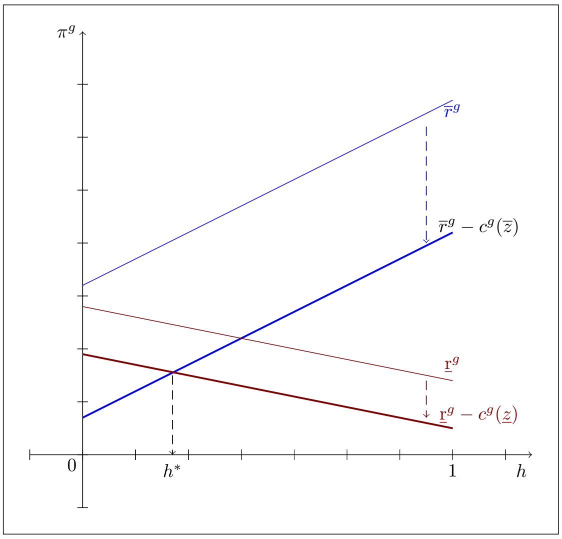

Figure 1 : Écart de profit

On note que, pour $h = 0$, $\overline{r}^g \geqslant \underline{r}^g$ si et seulement si $\mathrm{E}(\theta) \geqslant 0,5$. h^* est solution de $\overline{\pi}^g(h) = \underline{\pi}^g(h)$.

$\triangleright$ *Comportement d'adoption en aval.* Analysons l'effet de l'accroissement de h sur le niveau d'investissement espéré en qualité en aval et sur le niveau d'utilisation espéré du produit générique en aval par une firme de type θ donné.

(a). Les qualités espérées en aval lorsque la firme amont produit la qualité basse et la qualité haute sont données respectivement par $\tilde{k}_{inf}(h,\theta) = h\underline{k} + (1-h)k^*(\theta)$ et $\tilde{k}_{sup}(h,\theta) = h\overline{k} + (1-h)k^*(\theta)$; une fois réécrits, on a $\tilde{k}_{inf}(h,\theta) = (2/3c)(h\underline{z} + (1-h)(\theta\overline{z} + (1-\theta)\underline{z}))$ et $\tilde{k}_{sup}(h,\theta) = (2/3c)(h\overline{z} + (1-h)(\theta\overline{z} + (1-\theta)\underline{z}))$.

- si l'accroissement de h n'engendre pas de variation de qualité en amont, on montre que $\mathrm{d}\tilde{k}_{inf}/\mathrm{d}h = (2/3c)\theta(\underline{z}-\overline{z}) < 0$ et $\mathrm{d}\tilde{k}_{sup}/\mathrm{d}h = (2/3c)(1-\theta)(\overline{z}-\underline{z}) > 0$; autrement dit, le pôle encourage l'investissement en R&D en aval lorsque le générique est de qualité haute et le décourage lorsque le générique est de qualité basse.

- si l'accroissement de h engendre un basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont, calculons $\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta)$. Après calculs, on montre que $\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta) = (2/3c)(\theta h_1 + (1-\theta)h_2)(\overline{z} - \underline{z}) > 0$. On vérifie ainsi que $\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta) > \mathrm{d}\tilde{k}_{sup}/\mathrm{d}h$. Le basculement de la qualité basse vers la qualité haute renforce l'effet positif du pôle sur l'investissement en R&D.

(b). Les niveaux d'utilisation espérée en aval du bien générique lorsqu'il est de qualité haute et de qualité basse sont respectivement donnés par $\tilde{X}^a_{inf}(h,\theta) = (8/27c^3)(h\underline{z}^2 + (1-h)(\theta\overline{z}\underline{z} + (1-\theta)\underline{z}^2))$ et $\tilde{X}^a_{sup}(h,\theta) = (8/27c^3)(h\overline{z}^2 + (1-h)(\theta\overline{z}^2 + (1-\theta)\overline{z}\underline{z}))$

- si l'accroissement de h n'engendre pas de variation de qualité en amont, on montre que $\mathrm{d}\tilde{X}^a_{inf}/\mathrm{d}h = (8/27c^3)\theta\underline{z}(\underline{z} - \overline{z}) < 0$ et $\mathrm{d}\tilde{X}^a_{sup}/\mathrm{d}h = ((8/27c^3)(1-\theta)\overline{z}(\overline{z} - \underline{z}) > 0$. Le pôle accroît donc la demande espérée du bien générique lorsqu'il est de qualité haute et la réduit lorsqu'il est de qualité basse.

- si l'accroissement de h engendre un basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont, on montre que $\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta) = (8/27c^3)\left[(\overline{z} - \underline{z})(\theta h_1 + (1-\theta)h_2) + (\overline{z} - \underline{z})(\theta\overline{z} + (1-\theta)\underline{z})\right] > 0$. On vérifie ainsi que $\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta) > \mathrm{d}\tilde{X}^a_{sup}/\mathrm{d}h$. La variation de la qualité, consécutive à la mise en place du pôle, renforce bien l'effet positif du pôle sur la demande espéré du bien générique en aval.

▷ *Surplus social.* Notons respectivement $\underline{W}(h) = \underline{\pi}^g(h) + \underline{\pi}^a(h)$ et $\overline{W}(h) = \overline{\pi}^g(h) + \overline{\pi}^a(h)$ le surplus social lorsque les consommateurs observent la qualité basse $\underline{z}$ et la qualité haute $\overline{z}$. Les profits $\underline{\pi}^g(h)$ et $\overline{\pi}^g(h)$ sont ceux calculés en information imparfaite avec probabilité de signal h de signal (voir section 6.2). Les $\underline{\pi}^a(h)$ et $\overline{\pi}^a(h)$ sont calculés suivant les équations (44) et (45), on a :

$$\begin{aligned}
\underline{\pi}^a(h) &= (2/9c^2)\left(h\underline{z}^2 + (1-h)\int_0^1 2(\theta\overline{z} + (1-\theta)\underline{z})\underline{z} - (\theta\overline{z} + (1-\theta)\underline{z})^2 f(\theta)\mathrm{d}\theta\right) \\
\overline{\pi}^a(h) &= (2/9c^2)\left(h\overline{z}^2 + (1-h)\int_0^1 2(\theta\overline{z} + (1-\theta)\overline{z})\underline{z} - (\theta\overline{z} + (1-\theta)\underline{z})^2 f(\theta)\mathrm{d}\theta\right)
\end{aligned}$$

On a montré précédemment que $\mathrm{d}\underline{\pi}^g(h)/\mathrm{d}h < 0$ et $\mathrm{d}\underline{\pi}^g(h)/\mathrm{d}h > 0$; ce qui signifie que le gain d'information n'est profitable à la firme amont seulement lorsqu'elle produit la qualité haute. Par ailleurs, après calcul on montre que $\mathrm{d}\underline{\pi}^a(h)/\mathrm{d}h = (2/9c^2)\mathrm{E}(\theta)^2(\underline{z} - \overline{z})^2 > 0$ et $\mathrm{d}\overline{\pi}^a(h)/\mathrm{d}h = (2/9c^2)(1 - \mathrm{E}(\theta))(\overline{z} - \underline{z})^2 > 0$. Ce qui vérifie que le gain d'information est toujours profitable au secteur aval. Il lui permet en effet de se rapprocher du niveau d'investissement k optimal, d'améliorer son profit en réduisant le risque de sous-investissement ou de sur-investissement dû à l'information imparfaite. Analysons l'effet global de l'accroissement de h

sur le surplus social.

- si l'accroissement de h n'engendre pas de variation de qualité en amont, on note immédiatement que $\mathrm{d}\overline{W}(h)/\mathrm{d}h > 0$ est positif. En d'autres termes, lorsque le bien générique est de qualité haute, le dispositif des pôles améliore le bien-être social et permet l'alignement des incitations des secteurs amont et aval. Par contre le signe de $\mathrm{d}\underline{W}(h)/\mathrm{d}h$ n'est pas immédiat car les incitations des secteurs amont et aval ne sont pas alignées lorsque le bien générique est de qualité basse. En effet, le calcul montre que $\mathrm{d}\underline{W}(h)/\mathrm{d}h = (2/9c^2)\mathrm{E}(\theta)(\underline{z}-\overline{z})\big[(2/3)\underline{z}+(\underline{z}-\overline{z})\mathrm{E}(\theta)\big]$ et que $\mathrm{d}\underline{W}(h)/\mathrm{d}h > 0$ si et seulement si $E(\theta) > (2/3)\underline{z}/(\overline{z}-\underline{z})$.

- si l'accroissement de h engendre un basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont, calculons le signe $\overline{W}(h_2) - \underline{W}(h_1)$. On peut décomposer et écrire $\overline{W}(h_2) - \underline{W}(h_1) = \big(\overline{W}(h_2) - \overline{W}(h_1)\big) + \big(\overline{W}(h_1) - \underline{W}(h_1)\big)$. On sait que le premier terme de droite $\big(\overline{W}(h_2) - \overline{W}(h_1)\big)$ est positif. Développons le second terme de droite : $\overline{W}(h_1) - \underline{W}(h_1) = (\overline{\pi}^g(h_1) - \underline{\pi}^g(h_1)) + (\overline{\pi}^a(h_1) - \underline{\pi}^a(h_1))$. On sait que $\overline{\pi}^g(h_1) - \underline{\pi}^g(h_1) > 0$. Par ailleurs, on vérifie avec les équations de profits que $\overline{\pi}^a(h_1) - \underline{\pi}^a(h_1) > 0$, d'où $\overline{W}(h_1) - \underline{W}(h_1) > 0$. En somme, on montre que $\overline{W}(h_2) - \underline{W}(h_1) > \overline{W}(h_2) - \overline{W}(h_1)$. Le basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont, consécutif à l'accroissement de h, renforce l'effet positif du pôle sur le surplus social.

7 Discussions et conclusion

Au terme de cette analyse, nous mettons en évidence quelques résultats théoriques qu'il convient d'interpréter et de discuter.

On montre, dans un premier temps, que le dispositif des pôles de compétitivité influence le choix de la qualité technologique du produit innovant en amont de la relation verticale. En effet, si la mise en place du pôle de compétitivité accroît fortement le gain d'informations relatives à la technologie amont (via le renforcement du réseau de partage d'information, l'intensification de la collaboration technologique, etc.), il favorise le développement de produit générique innovant de haute qualité technologique en amont. En effet, avec le pôle de compétitivité, la firme aval dispose d'une meilleure information, est capable de mieux reconnaitre la qualité du produit générique et d'augmenter sa demande pour la qualité haute. Ce qui incite la firme amont à développer encore plus de produits de qualité haute que de produits de qualité basse.

On montre par conséquent, dans un second temps, qu'il y a un effet de retour du pôle de compétitivité sur l'activité de la firme aval ; en effet, du fait du gain d'information qu'engendre le pôle de compétitivité, la firme aval accroît sa demande de produit générique lorsqu'il est de haute qualité, et améliore aussi le niveau d'investissement aval en R&D en faveur de la technologie associée de haute qualité.

Enfin, les résultats montrent que c'est dans le seul cas de produits de qualité haute à la fois en amont et en aval que le gain d'information dû au pôle de compétitivité améliore le bien-être social. En effet, dans ce cas, la mise en place du pôle de compétitivité engendre l'alignement des incitations des firmes amont et aval en matière de R&D.

En somme, cette étude nous a permis d'identifier un mécanisme par lequel le pôle de compétitivité conduit à des innovations amont et aval de hautes qualités technologiques. Autrement dit, le pôle de compétitivité participe à améliorer la compétitivité hors-prix des innovations en stimulant localement l'activité de recherche en technologies de haute qualité ainsi que l'activité de production tant en amont qu'en aval. Ainsi, dans le long terme, on est à même d'anticiper des retombés positifs sur l'emploi et sur le développement d'un système local d'innovation attractif ; ce qui peut développer ou renforcer la visibilité de cette industrie à fort potentiel technologique. Autrement dit, le pôle de compétitivité semble répondre théoriquement aux objectifs qui lui ont été assignés par les pouvoirs publics ; c'est-à-dire, contribuer à l'amélioration de la compétitivité des industries en accroissant l'effort de recherche et de développement (ou de production) de biens de haute qualité technologique. Dans ce sens, la politique des pôles de compétitivité contribue à stimuler l'innovation de qualité et donc à booster la croissance économique au plan local, et même national. Cet effet sera d'autant plus fort que le nombre de secteurs d'application utilisant la technologie générique est élevé.

Références

Arrow, K. J. (1962). Economic welfare and the allocation of resources for invention. In Nelson, R. R., editor, *The Rate and Direction of Inventive Activity : Economic and Social Factors*, pages 609–626. Princeton : Princeton University Press.

Astebro, T. B. and Dahlin, K. B. (2005). Opportunity knocks. *Research Policy*, 34 :1404–1418.

Baptista, R. (1996). Research round up : industrial clusters and technological innovation. *Business Strategy Review*, 7(2) :59–64.

Bozeman, B., Hardin, J., and Link, A. N. (2008). Barriers to the diffusion of nanotechnology. *Economics of Innovation and New Technology*, 17 :751–763.

Bresnahan, T. F. and Trajtenberg, M. (1995). General purpose technology 'engines of growth' ? *Journal of Econometrics*, 65 :83–108.

Crampes, C. and Encaoua, D. (2005). Microéconomie de l'innovation. In Economica, editor, *Encyclopedie de l'innovation*, pages 405–430.

Graham, S. and Iacopetta, M. (2009). Nanotechnology and the emergence of a general purpose technology. *SSRN research paper.*

Hoppe, H. C. (2002). The timing of new technology adoption : theoretical models and empirical evidence. *The Manchester School*, 70(1) :56–76.

Jacobs, B. and Nahuis, R. (2002). A general purpose technology explain the solow paradox and wage inequality. *Economics Letters*, 74 :243–250.

Jensen, R. (1982). Adoption and diffusion of an innovation of uncertainty profitability. *Journal of Economic Theory*, 27 :182–193.

Jensen, R. (1988). Information cost and innovation adoption policies. *Management Science*, 34(2) :230–239.

Jovanic, B. and Rousseau, P. (2005). General purpose technologies. In Aghion, P. and Durlauf, S. N., editors, *Handbook of Economic Growth, Volume 1B*, pages 1181–1224. Elsevier B.V.

Kapur, S. (1995). Technological diffusion with social learning. *Journal of Industrial Economics*, XLIII(2) :173–195.

Karshenas, M. and Stoneman, P. L. (1993). Rank, stock, order and epidemic effects in the diffusion of new process technologies : an empirical model. *Rand Journal of Economics*, 24(4) :503–528.

Krugman, P. (1991). Increasing returns and economic geography. *Journal of Political Economy*, 99(3) :483–499.

Lipsey, R., Carlaw, K., and Bekar, C. (1998a). The consequences of changes in gpts. In Helpman, E., editor, *General purpose technology and economic growth*, pages 193–218. Cambridge : MIT Press.

Lipsey, R., Carlaw, K., and Bekar, C. (1998b). What requires explanation ? In Helpman, E., editor, *General purpose technology and economic growth*, pages 14–54. Cambridge : MIT Press.

Mariotti, M. (1992). Unused innovations. *Economics Letters*, 38 :367–371.

McCardle, K. F. (1985). Information acquisition and the adoption of new technology. *Management Science*, 31(11) :1372–1389.

Menz, N. and Ott, I. (2011). On the role of general purpose technologies within the marshall-jacobs controversy : the case of nanotechnologies. *KIT Working paper series economics*, (18).

Palmberg, C. and Nikulainen, T. (2006). Nanotechnology as a general purpose technology of the 21st century ? an overview with focus on finland. *DIME Working paper series*.

Plunket, A. and Torre, A. (2009). Les pôles de compétitivité ou le retour ambigu des déclinaisons locales de la politique industrielle française. *Economia e politica Industriale*, (3) :159–177.

Reinganum, J. F. (1981). On the diffusion of new techonolgy : a game theoretic approach. *Review of Economic Studies*, XLVIII :395–405.

Reinganum, J. F. (1989). The timing of innovation : research, development and diffusion. In Schmalensee, R. and Willig, R., editors, *Handbook of Industrial Organization*, volume 1, chapter 14, pages 849–908. Elsevier.

Roco, M., Harthorn, B., Guston, D., and Shapira, P. (2010). Innovation and responsible governance. In Roco, M., Mirkin, C., and Hersam, M., editors, *Nanotechnology research direction for societal needs in 2020*, pages 440–487. Springler.

Stein, J. C. (2008). Conversations among competitors. *American Economic Review*, 98(5) :2150–2162.

Thoma, G. (2009). Striving for a large market : evidence from a general purpose technology in action. *Industrial and Corporate Change*, 18 :107–138.

Tirole, J. (1988). *The theory of industrial organization*. Cambridge, MA : MIT Press.

Youtie, J., Iacopetta, M., and Graham, S. (2008). Assessing the nature of nanotechnology : can we uncover an emerging general purpose technology? *Journal of technological Transfer*, 33 :315–329.

8 Annexes

Annexe A. Signe de $\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta)$ lorsque l'accroissement de h entraine un basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont

On sait que :

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta) &= \big(\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{sup}(h_1,\theta)\big) \\ &\quad +\big(\tilde{k}_{sup}(h_1,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta)\big)\end{aligned}$$

- si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^m} > 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} > 0$, on a :

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{sup}(h_1,\theta) &= \underbrace{h_2\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2)) - h_1\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1))}_{(+)} \\ &\quad + \underbrace{(1-h_2)k^*(w^{\overline{m}}(h_2),\theta) - (1-h_1)k^*(w^{\overline{m}}(h_1),\theta)}_{(+/-)?}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{sup}(h_1,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta) &= \underbrace{h_1(\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1)) - \underline{k}(w^{\underline{m}}(h_1))}_{(+)} \\ &\quad + \underbrace{(1-h_1)(k^*(w^{\overline{m}}(h_1),\theta) - k^*(w^{\underline{m}}(h_1),\theta))}_{(+)}\end{aligned}$$

Autrement dit, le signe global de $\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta)$ est indéterminé. Cependant si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^m} \gg 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} \gg 0$, alors $k^*(w^{\overline{m}}(h_2),\theta) \gg k^*(w^{\overline{m}}(h_1),\theta)$ impliquant possiblement que $(1-h_2)k^*(w^{\overline{m}}(h_2),\theta) - (1-h_1)k^*(w^{\overline{m}}(h_1),\theta) > 0$; on en déduit que $\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta)$ devient globalement positif.

- Par contre, si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^m} < 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^m} < 0$, on a :

$$\begin{aligned}\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{sup}(h_1,\theta) &= \underbrace{h_2\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2)) - h_1\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1))}_{(+/-)?} \\ &\quad + \underbrace{(1-h_2)k^*(w^{\overline{m}}(h_2),\theta) - (1-h_1)k^*(w^{\overline{m}}(h_1),\theta)}_{(-)}\end{aligned}$$

$$\tilde{k}_{sup}(h_1,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta) = \underbrace{h_1(\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1)) - \underline{k}(w^{\underline{m}}(h_1))}_{(-)} + \underbrace{(1-h_1)(k^*(w^{\overline{m}}(h_1),\theta) - k^*(w^{\underline{m}}(h_1),\theta))}_{(-)}$$

Et le signe global de $\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta)$ est indéterminé. Cependant si $\frac{\partial\overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} \ll 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} \ll 0$, alors $\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2)) \ll \overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1))$ impliquant possiblement que $h_2\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2)) - h_1\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1)) < 0$; on en déduit que $\tilde{k}_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{k}_{inf}(h_1,\theta)$ devient globalement négatif.

Annexe B. Signe de $\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta)$ lorsque l'accroissement de h entraine un basculement de la qualité basse vers la qualité haute en amont.

On sait que :

$$\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta) = \left(\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta)\right) + \left(\tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta)\right)$$

- si $\frac{\partial\overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} > 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} > 0$, et sachant que $CS_{p^a kw} > 0$, on a :

$$\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta) = \underbrace{h_2(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2),\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2),\theta) - h_1(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1),\theta)))}_{(+)} + \underbrace{(1-h_2)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2),k^*w^{\overline{m}}(h_2),\theta) - (1-h_1)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),k^*w^{\overline{m}}(h_1),\theta)))}_{(+/-)?}$$

$$\tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta) = \underbrace{h_1(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1),\theta) - h_1(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1),\theta)))}_{(+)} + \underbrace{(1-h_1)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),k^*(w^{\overline{m}}(h_1),\theta) - (-CS_{p^a}(w^{\underline{m}}(h_1),k^*(w^{\underline{m}}(h_1),\theta)))}_{(+)}$$

Le signe global de $\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta)$ est indéterminé. Cependant si $\frac{\partial\overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} \gg 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} \gg 0$, alors $(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2),k^*w^{\overline{m}}(h_2),\theta) \gg (-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),k^*w^{\overline{m}}(h_1),\theta)))$ impliquant possiblement que $(1-h_2)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2),k^*w^{\overline{m}}(h_2),\theta) - (1-h_1)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),k^*w^{\overline{m}}(h_1),\theta))) > 0$; on en déduit que $\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta)$ devient globalement positif.

- Par contre si $\frac{\partial\overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} < 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} < 0$, on a :

$$\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta) = \underbrace{h_2(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2),\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2),\theta) - h_1(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1),\theta)))}_{(+/-)?} + \underbrace{(1-h_2)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2),k^*w^{\overline{m}}(h_2),\theta) - (1-h_1)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),k^*w^{\overline{m}}(h_1),\theta)))}_{(-)}$$

$$\tilde{X}^a_{sup}(h_1,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta) = \underbrace{h_1(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1),\theta) - h_1(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),\overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1),\theta)))}_{(-)} + \underbrace{(1-h_1)(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1),k^*(w^{\overline{m}}(h_1),\theta) - (-CS_{p^a}(w^{\underline{m}}(h_1),k^*(w^{\underline{m}}(h_1),\theta)))}_{(-)}$$

Le signe global de $\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta)$ est indéterminé. Cependant si $\frac{\partial \overline{k}}{\partial w^{\overline{m}}} \ll 0$ et $\frac{\partial k^*}{\partial w^{\overline{m}}} \ll 0$, alors $(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2), \overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2),\theta) \ll (-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1), \overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1),\theta)))$ impliquant possiblement que $h_2(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_2), \overline{k}(w^{\overline{m}}(h_2),\theta) - h_1(-CS_{p^a}(w^{\overline{m}}(h_1), \overline{k}(w^{\overline{m}}(h_1),\theta))) < 0$; on en déduit que $\tilde{X}^a_{sup}(h_2,\theta) - \tilde{X}^a_{inf}(h_1,\theta)$ devient globalement négatif.